


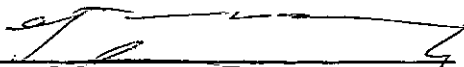
CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE TRIDIMENSIONAL DE ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS  
EM MICROCOMPUTADORES

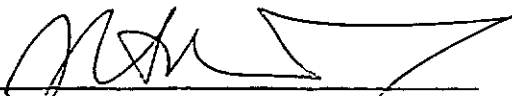
João Walter Haas

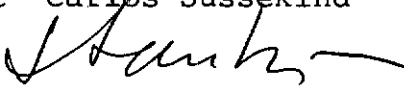
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE  
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE  
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO  
GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.) EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:

  
Humberto Lima Soriano  
(Presidente)

  
Fernando Venâncio Filho

  
José Carlos Sussekind

  
Sydney M. G. dos Santos

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO DE 1987

HAAS, JOÃO WALTER

Contribuição à análise tridimensional de estruturas de edifícios. (Rio de Janeiro), 1987.

xi , 308 p. , 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil, 1987).

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro. Coordenação dos Programas de Pós-Graduação de Engenharia.

1. Estruturas I. COPPE/UFRJ II. Título (série)



AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Humberto Lima Soriano, na condição de orientador da tese, pela amizade, pelos ensinamentos e pelo incentivo durante a elaboração deste trabalho.

Aos professores da COPPE/UFRJ, pela transmissão de seus conhecimentos durante o curso de pós-graduação.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro.

A todos os amigos que, de uma forma ou de outra, contribuíram para que este trabalho se concretizasse.

## RESUMO

O objetivo deste trabalho é a análise dos esforços nos elementos - vigas e pilares - que constituem uma estrutura de edifício.

Idealiza-se a estrutura como tridimensional, submetida a carregamentos estáticos verticais e ou laterais, recalques de apoio, podendo ter apoios elásticos. Admite-se a hipótese das lajes com rigidez infinita nos seus planos e com rigidez nula à flexão.

A análise é feita no regime elástico linear, adotando-se o método dos deslocamentos em linguagem matricial. Dá-se enfoque especial aos efeitos do empenamento em pilares de seção transversal aberta com paredes finas, quando submetidas a carregamentos de torção.

Desenvolveu-se um sistema de programas em linguagem FORTRAN, para microcomputador de 64 Kbytes de memória RAM e 2 unidades de "drives". A entrada dos dados é iterativa em modo conversacional.

As técnicas adotadas para resolução do sistema de equações (deslocamento relativo de andar, armazenamento da matriz de rigidez por altura efetiva de coluna e montagem desta matriz em blocos) apresentaram bom desempenho, avaliado através da análise de alguns exemplos. O microcomputador utilizado, no entanto, se revelou inadequado, em quantidade de memória disponível, para a análise de edificações correntes.

ABSTRACT

The aim of this work is the analysis of buildings structures constituted of beams and columns.

The structure is idealized as a three-dimensional assemblage of these components, subjected to vertical or lateral static loadings, foundation settlements, and possible elastic supports. It is assumed that the floor slabs are infinitely rigid in their own planes and with no bending stiffness.

The analysis is linear elastic and the displacement method in a matrix formulation is used. Special attention is paid to the warping effects in thin-walled open section columns when subjected to torsional loadings.

A computational program in FORTRAN was developed for microcomputer of 64 Kbytes of RAM memory and 2 drives units. The input data is interactive in a conversational manner.

The adopted computational techniques (storage of the stiffness matrix in skyline mode and assemblage of this matrix in blocks) for the solution of the equation system in terms of relative floor displacements, have proved to be efficient, though the analysis of some examples. However, the used microcomputer had inadequate available memory for the analysis of current buildings structures.

ÍNDICE

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO .....	1
CAPÍTULO II - MODELO ESTRUTURAL .....	8
II.1 - Idealização .....	8
II.2 - Sistema de referência global .....	8
II.3 - Elementos estruturais .....	9
II.3.1 - Lajes .....	9
II.3.2 - Vigas .....	11
II.3.3 - Pilares .....	13
II.4 - Graus de liberdade .....	16
II.5 - Vinculações externas .....	19
II.6 - Liberações .....	20
II.7 - Carregamentos externos .....	22
CAPÍTULO III - TORÇÃO E FLEXÃO DE ELEMENTOS DE SEÇÃO TRANS	
VERSAL ABERTA COM PAREDES FINAS .....	24
III.1 - Objetivo .....	24
III.2 - Classificação dos elementos longitudinais .	25
III.3 - Os efeitos da torção em um elemento longi-	
tudinal .....	27
III.3.1 - Torção de Saint-Venant .....	30
III.3.2 - Torção de empenamento .....	32
III.4 - Efeitos combinados torção-flexão-esforço	
normal .....	35
III.4.1 - Hipóteses simplificadoras .....	36
III.4.2 - Cinemática da deformação .....	36
III.4.3 - Tensões axiais .....	42
III.4.4 - Tensões de cisalhamento .....	47
III.4.5 - Equações diferenciais de equilíbrio	50

III.5 - Aplicação às estruturas de edifícios .....	57
CAPÍTULO IV - ANÁLISE DOS ELEMENTOS ESTRUTURAIS .....	61
IV.1 - Vigas .....	61
IV.1.1 - Sistema de referência local .....	61
IV.1.2 - Graus de liberdade .....	61
IV.1.3 - Matriz de rigidez .....	63
IV.1.3.1 - Viga de eixo reto e seção transversal constante .....	64
IV.1.3.2 - Viga de eixo reto com m <sup>is</sup> ulas re- tas verticais .....	65
IV.1.3.3 - Viga de eixo circular e seção transversal constante .....	68
IV.1.3.4 - Vigas especiais .....	71
IV.1.4 - Esforços de engastamento perfeito ....	72
IV.1.4.1 - Viga de eixo reto e seção transversal constante .....	73
IV.1.4.2 - Viga de eixo reto com m <sup>is</sup> ulas re- tas verticais .....	77
IV.1.4.3 - Viga de eixo circular e seção transversal constante .....	80
IV.1.4.4 - Vigas especiais .....	84
IV.2 - Pilares .....	84
IV.2.1 - Sistema de referência local .....	84
IV.2.2 - Graus de liberdade .....	85
IV.2.3 - Matriz de rigidez .....	86
IV.2.3.1 - Pilar de eixo reto e seção sólida constante .....	87
IV.2.3.2 - Pilar de eixo reto e seção aberta constante .....	90
IV.2.3.3 - Pilares especiais .....	93



CAPÍTULO V - TRANSFORMAÇÕES ENTRE SISTEMAS DE REFERÊNCIA	94
V.1 - Generalidades .....	94
V.2 - Vigas .....	94
V.2.1 - Matriz de transformação .....	96
V.2.2 - Matriz de rotação .....	100
V.3 - Pilares .....	102
V.3.1 - Pilares de seção aberta .....	102
V.3.1.1 - Matriz de transformação I .....	104
V.3.1.2 - Matriz de rotação .....	105
V.3.1.3 - Matriz de transformação II .....	107
V.3.2 - Pilares de seção sólida .....	111
V.3.2.1 - Matriz de transformação I .....	114
V.3.2.2 - Matriz de rotação .....	115
V.3.2.3 - Matriz de transformação II .....	117
CAPÍTULO VI - ANÁLISE GLOBAL DA ESTRUTURA .....	119
VI.1 - Método de análise .....	119
VI.2 - Técnicas computacionais utilizadas .....	123
VI.2.1 - Deslocamento relativo de andar .....	123
VI.2.2 - Altura efetiva de coluna .....	128
VI.2.3 - Montagem da matriz de rigidez por blo- cos .....	128
VI.3 - Consideração dos apoios .....	131
VI.3.1 - Apoios na base da estrutura .....	132
VI.3.2 - Apoios elásticos laterais dos andares..	134
VI.4 - Utilização do Método de Cholesky .....	137
VI.5 - Esforços nas extremidades dos elementos .....	141
VI.5.1 - Vigas .....	141
VI.5.2 - Pilares .....	142
VI.6 - Reações de apoio .....	143

CAPÍTULO VII - PROGRAMA PARA MICROCOMPUTADOR .....	145
VII.1 - Generalidades .....	145
VII.2 - Características da programação .....	145
VII.3 - Características do microcomputador utilizado..	148
VII.4 - Características do problema .....	149
VII.5 - Estruturação dos programas .....	150
VII.5.1 - Programa para entrada de dados .....	150
VII.5.1.1 - SATEM 1 .....	151
VII.5.1.2 - SATEM 2 .....	152
VII.5.1.3 - SATEM 3 .....	153
VII.5.2 - Programas para resolução da estrutura..	154
VII.5.2.1 - SATEM 4 .....	154
VII.5.2.2 - SATEM 5 .....	157
VII.5.2.3 - SATEM 6 .....	158
CAPÍTULO VIII - EXEMPLOS E CONCLUSÕES .....	160
VIII.1 - Limitações do programa .....	160
VIII.2 - Exemplos processados .....	160
VIII.2.1 - Exemplos tipo I .....	160
VIII.2.2 - Exemplos tipo II .....	162
VIII.2.3 - Exemplos tipo III .....	170
VIII.3 - Conclusões .....	170
 <u>APÊNDICES</u>	
APÊNDICE A - COEFICIENTES DE RIGIDEZ REFERENTES AOS EFEITOS TORÇÃO-EMPENAMENTO .....	177
APÊNDICE B - DERIVADAS DAS COORDENADAS SETORIAIS EM RELAÇÃO AOS EIXOS LOCAIS DA VIGA .....	186
APÊNDICE C - MANUAL DE ENTRADA DO PROGRAMA .....	189
C.1 - Generalidades .....	189

C.2 - Bloco 1 - SATEM 1 .....	192
C.3 - Bloco 2 - SATEM 2 .....	197
C.4 - Bloco 3 - SATEM 3 .....	206
APÊNDICE D - LISTAGENS DOS PROGRAMAS .....	215
D.1 - SATEM 4 .....	216
D.2 - SATEM 5 .....	243
D.3 - SATEM 6 .....	265
APÊNDICE E - EXEMPLO DE UTILIZAÇÃO .....	277
APÊNDICE F - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	305

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

Qualificar-se um edifício como alto, em linguagem comum, induz a uma definição associada com a altura física da edificação em relação ao solo, como por exemplo os arranha - céus. Sob o ponto de vista do comportamento estrutural, no entanto, percebe-se que esta definição é insuficiente. Vários são os fatores que contribuem para esta indefinição, porém, sem entrar em detalhes a respeito, pode-se definir como alta toda edificação na qual as ações laterais (vento) devem ser consideradas na análise.

Neste sentido, costuma-se usar como parâmetro delimitador o índice de esbeltez da estrutura, definido pela relação entre a altura total da edificação e sua menor dimensão em planta. Quanto maior este índice, maior a importância que as cargas laterais assumem frente às cargas verticais (para casos de carregamentos comuns). Resulta que, mesmo uma edificação de pequena altura pode ser classificada como edifício alto.

A análise de um sistema estrutural ideal para estruturas de edifícios altos é um problema bastante complexo e tem sido, há tempos, objeto de estudos por parte dos pesquisadores. Conseguir um modelo que traduza o comportamento real de uma estrutura desse porte, poderá não ser tarefa simples. Dentre os vários fatores que aumentam a dificuldade teórica de solucionar tal problema, destacam-se a (provável) não linearidade física e ou geométrica da estrutura e a imprecisão na de-

terminação das solicitações externas e nas condições de apoio.

Torna-se, assim, necessário do ponto de vista prático, considerar modelos simplificados, admitindo-os por exemplo de comportamento linear e com as cargas laterais, essencialmente de caráter dinâmico, sendo substituídas por cargas estáticas equivalentes.

Surgiram então, vários métodos de análise que se dividem basicamente como sendo métodos contínuos ou discretos.

Nos métodos contínuos, de uma maneira geral, as vigas horizontais que conectam os elementos verticais resistentes são substituídas por uma lâmina vertical de rigidez equivalente, obtendo-se assim uma estrutura contínua ao longo de sua altura. Recai-se em um sistema de poucas equações diferenciais lineares de coeficientes constantes, não homogêneas, que após integradas dão como resultado os deslocamentos e as forças internas na estrutura. Estes métodos, geralmente resolvidos manualmente, descrevem o comportamento macroscópico da estrutura em função de um pequeno número de parâmetros. Com simplificações, resultam de aplicação restrita; sendo gerais, são por demais trabalhosos.

Os métodos discretos tiveram aplicação prática intensiva com o aparecimento dos computadores digitais. Baseiam-se na discretização da estrutura em elementos unidimensionais, conectados entre si nos seus extremos (estrutura reticulada). Conduzem geralmente a um grande número de equações algébricas lineares, não homogêneas, normalmente formuladas pelo método dos deslocamentos (equações de equilíbrio de nó).

Sendo métodos contínuos ou discretos, a quase tota-

lidade adota como válida a hipótese das lajes trabalhando como diafragmas, ou seja, sem deformações nos seus planos e com rigidez nula à flexão. A consideração correta da rigidez à flexão das lajes, com o objetivo de medir suas contribuições à rigidez global da estrutura, só pode ser obtida discretizando-as em malhas de elementos finitos de flexão de placas (15). Esta sofisticação, no entanto, é desaconselhável porque aumenta em muito o já elevado número de graus de liberdade do modelo, o que pode inclusive, tornar inviável a análise da estrutura. De maneira aproximada, esta rigidez pode ser avaliada admitindo - se que parte da laje esteja solidarizada às vigas e formando seções T (medida comumente adotada).

Recentemente, a construção cada vez maior de edifícios esbeltos, quer de geometria simétrica ou assimétrica, juntamente com a diminuição de sua relação peso-volume através do uso de materiais de vedação mais leves, tem exigido análises mais sofisticadas, decidindo-se pelo modelo tridimensional. Estas edificações, sendo vulneráveis aos efeitos de carregamentos laterais, podem exigir adoção de elementos verticais resistentes, de grande rigidez à flexão, consistindo de pilares parede, caixas de elevador (pilares em forma de H ou U, por exemplo), etc.

Estes elementos resistentes, no que diz respeito ao equilíbrio global da estrutura, são analisados como elementos unidimensionais. Quando construídos em seção transversal aberta de paredes finas são susceptíveis a esforços de torção e se empenam, ou seja, suas seções transversais não permanecem planas após deformadas. A restrição ao empenamento provoca tensões (adicionais às tensões oriundas da flexão e do esforço normal) que ,

dependendo da geometria da estrutura e do carregamento sobre ela aplicado, não deveriam ser desprezadas. Este fenômeno pode ser computado de forma consistente, conquanto se admita que os citados elementos se comportem como tubos de paredes finas de seção transversal aberta, segundo a teoria desenvolvida por VLASOV (1). Torna-se assim, importante que se investigue os efeitos de carregamentos que possam torcer a estrutura.

Dentre os trabalhos classificados como métodos contínuos e que consideram o empenamento destaca-se o desenvolvido por GLÜCK e GELLERT (22) por sua natureza geral, assim como os trabalhos de DANAY et alii (20), DUNCAN (21) e RUTENBERG et alia (18). Entre os trabalhos que utilizam a estrutura como um modelo de elementos discretos e que consideram o empenamento, citam-se os trabalhos elaborados por HEIDEBRECH (16), GLÜCK e KALEV (23), TARANATH (15), STAFFORD SMITH et alia (19) e COULL et alia (17).

Na COPPE/UFRJ, em todos os trabalhos desenvolvidos até o momento na linha de pesquisa em edifícios altos, optou-se pelo modelo discreto com enfoque tridimensional, as lajes sendo assimiladas a diafragmas e fazendo-se uso intensivo de computadores.

Nesta direção, SORIANO (8) em 1971 desenvolveu o primeiro trabalho consistindo na elaboração de uma programação automática para o cálculo de estruturas de edifícios carregados lateralmente. O modelo adotado simulava o comportamento tridimensional da estrutura como um conjunto de painéis (pórticos planos) ortogonais interagindo em suas intersecções através da compatibilização dos deslocamentos verticais e horizontais de an-

dar, desprezando-se a rigidez transversal dos referidos painéis.

Em 1972, FONTE (6) elaborou novo trabalho, com a estrutura sendo analisada diretamente como tridimensional e sem a restrição de painéis ortogonais. Todas as rigidezes dos elementos unidimensionais (pilares e vigas) eram consideradas, restringindo-se no entanto, a serem de eixo reto e seção transversal constante. O trabalho de MENEZES (10), em 1977, visava o dimensionamento de estruturas de edifícios em concreto armado; os pavimentos eram tratados como grelhas e os pilares como apoios elásticos às rotações dos nós.

CÂMARA JR. (9), em 1978, ampliou o modelo tridimensional já utilizado por FONTE, com a implementação adicional de vigas e pilares de várias formas de seção transversal. Nesta programação foram utilizadas técnicas computacionais muito sofisticadas, com vistas a reduzir o tempo de processamento e gasto de memória de computador.

SILVA (11), em 1986, adotou um modelo aproximado obtido a partir do modelo adotado por SORIANO citado anteriormente, mas sem a compatibilização dos deslocamentos verticais e com sofisticadas técnicas computacionais para a abordagem do problema em microcomputadores de pequeno porte.

Nestes trabalhos não se considerou os efeitos do empenamento em pilares de seção transversal aberta com paredes finas. Dando continuidade à linha de pesquisa sobre edifícios altos da COPPE/UFRJ, volta-se a atenção, através do presente trabalho, ao modelo tridimensional onde este fenômeno pudesse ser



computado. Trata-se, portanto, de um aperfeiçoamento do modelo estrutural utilizado anteriormente na COPPE e cujas principais características são descritas a seguir:

- Modelo elástico linear submetido a carregamentos estáticos verticais e/ou laterais;
- Possibilidade de se considerar vigas e pilares de quaisquer formas de seção transversal e posições;
- Elementos excentricamente conectados a pontos nodais;
- Caracterização de andares não necessariamente constituindo pavimento tipo;
- Hipótese das lajes trabalhando como diafragmas de modo a reduzir o número de graus de liberdade da estrutura;
- Consideração de apoios elásticos segundo deslocamentos horizontais de andar ou na base de cada pilar do piso inferior;
- Consideração das deformações por cortante, quando julgado relevante;
- Cargas laterais aplicadas em forma concentrada ao nível das lajes e cargas verticais sobre as vigas, assim como recalques nos apoios inferiores;
- Consideração do empenamento quando julgado necessário.

O Capítulo II deste trabalho descreve em detalhe o modelo estrutural adotado. No Capítulo III apresentam-se os principais aspectos da teoria a respeito do empenamento com vistas à aplicação ao problema proposto. No Capítulo IV apre-

sentam-se as matrizes de rigidez dos tipos de elementos cuja consideração é automática, bem como os vetores de esforços de engastamento perfeito para vários casos de carga sobre vigas. As transformações das relações entre esforços e deslocamentos nos sistemas de eixos locais dos elementos para o sistema de eixos globais são apresentadas no Capítulo V. No Capítulo VI expõe-se as técnicas computacionais utilizadas na análise do modelo.

A grande demanda de microcomputadores nesta década, tornando-se usual sua utilização em escritórios de engenharia, incentivou a que se elaborasse a programação automática voltada a estas máquinas. Neste sentido, o Capítulo VII descreve a implementação da referida programação no microcomputador SDE 45 de 64 Kbytes de memória RAM, sistema operacional CP/M. Finalmente no Capítulo VIII apresentam-se exemplos processados e as conclusões do trabalho.

## CAPÍTULO II

### MODELO ESTRUTURAL

#### II.1 - IDEALIZAÇÃO

O modelo estrutural adotado é idealizado como um sistema tridimensional de elementos discretos, ou seja, como constituído de elementos unidimensionais, rigidamente conectados entre si nos seus extremos, denominados pontos nodais (sistema estrutural aporricado espacial) e sujeito a cargas estáticas verticais e/ou laterais. Pressupõe-se que a estrutura seja de comportamento linear tanto física como geometricamente\*.

#### II.2 - SISTEMA DE REFERÊNCIA GLOBAL

Para a caracterização de todas as grandezas referidas à estrutura como um conjunto, considera-se um sistema de referência global direto XYZ (definido pela regra da mão direita), com a origem num ponto qualquer da base da estrutura e o eixo Z vertical de sentido ascendente (fig. II.1). Tais grandezas serão, como dados informativos da estrutura, as coordenadas dos pontos nodais, excentricidades nos pilares e carregamentos externos; como resultados obtidos, os deslocamentos e as reações

---

\* Uma estrutura tem comportamento linear sempre que existe proporcionalidade entre tensões e deformações (Lei de Hooke-linearidade física) e que seja válida a teoria para pequenos deslocamentos e pequenas deformações (linearidade geométrica).

de apoio.

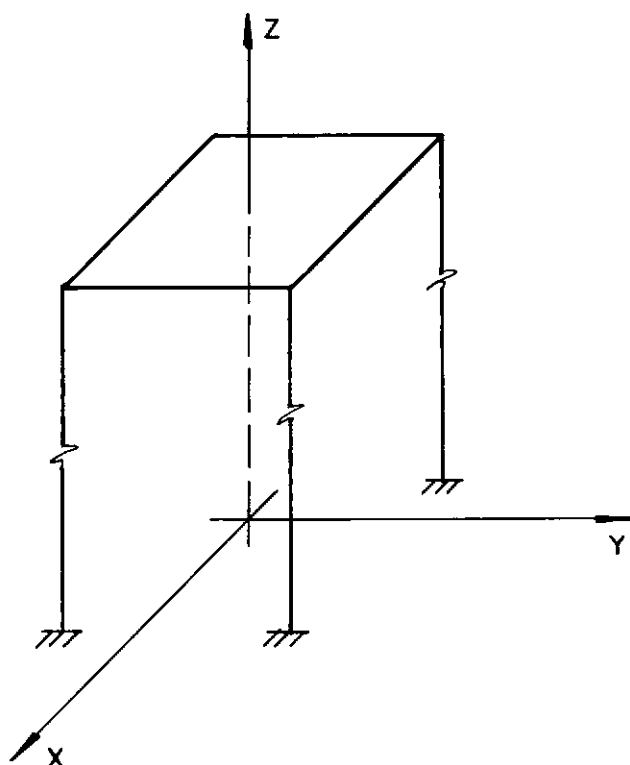


Fig. II.1 - Sistema de referência global.

## II.3 - ELEMENTOS ESTRUTURAIS

### II.3.1 - Lajes

As lajes são placas horizontais ocorrendo a intervalos ao longo da altura da edificação. Como hipótese, supõe-se que sejam contínuas e sem deformações em toda a extensão de seus planos, bem como com rigidez nula à flexão. É comum dizer-se então que, no que diz respeito ao seu comportamento estrutural, estas tenham sido comparadas a diafragmas.

A suposição de indeformabilidade das lajes nos seus

planos, perfeitamente admissível em métodos de análise de interesse prático, tem como única mas fundamental consequência, compatibilizar os deslocamentos horizontais da estrutura ao nível dos andares e por conseguinte diminuir o número de graus de liberdade do conjunto (item II.5). A rigidez à flexão das lajes pode ser considerada, pelo menos de maneira aproximada, admitindo-se que onde exista uma viga, uma faixa desta laje esteja solidarizada à mesma e trabalhando conjuntamente como uma seção T (fig. II.2).

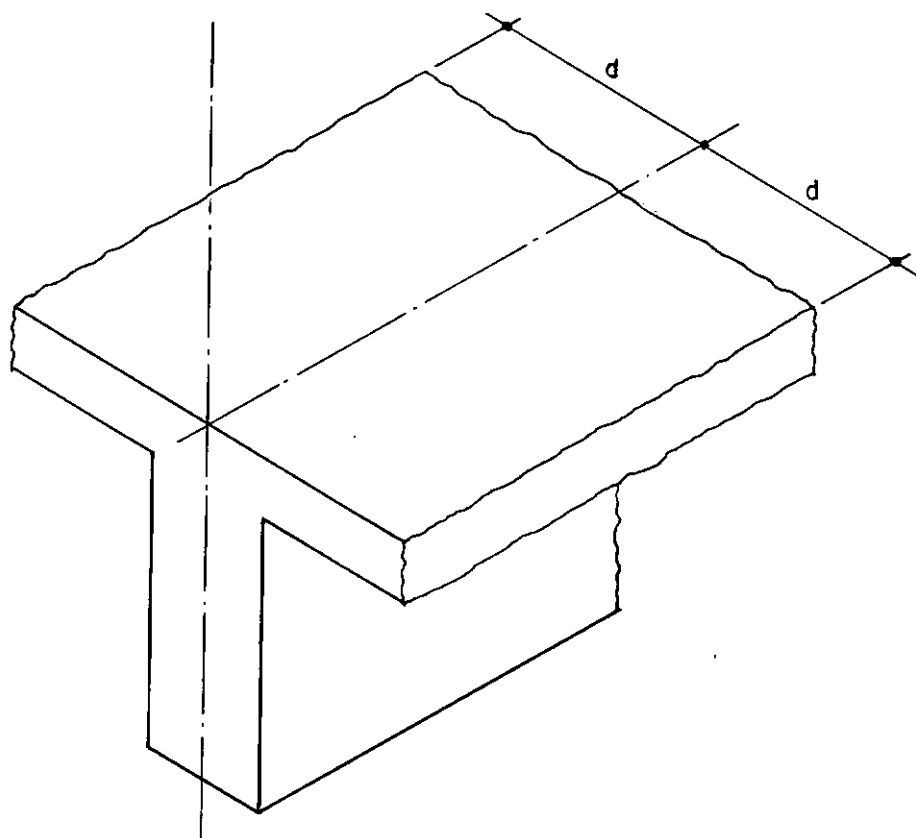
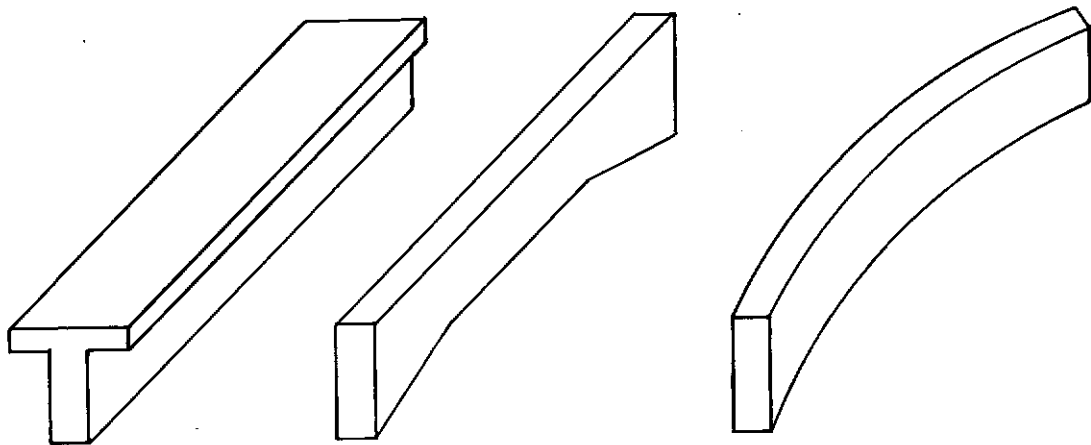


Fig. II. 2 - Laje trabalhando em conjunto com a viga formando uma seção T.

### II.3.2 - Vigas

As vigas são elementos unidimensionais horizontais , estruturalmente definidos pela linha que passa pelo centro geométrico da área de suas seções transversais. Supõe-se que tal linha esteja contida no plano da laje onde a viga se encontra . Sob esta hipótese, não haverá restrição quanto à posição relativa destes elementos, nem quanto à forma de seus eixos longitudinais ou de suas seções transversais. Na presente programação , no entanto, é automática a consideração dos seguintes tipos de vigas, desde que tenham um eixo vertical de simetria:

- vigas de eixo reto e seção transversal constante;
- vigas de eixo reto, com largura constante e mísulas retas verticais;
- vigas de eixo circular e seção transversal constante.



a) Eixo reto e seção transversal constante.

b) Eixo reto com mísulas retas verticais.

c) Eixo circular e seção transversal constante.

Para outros tipos de vigas deve-se conhecer a priori, ou a matriz de flexibilidade para o elemento com um dos seus extremos livres, a partir da qual obter-se-á sua matriz de rigidez, ou esta última sendo fornecida diretamente. Neste caso, estes elementos são denominados vigas especiais.

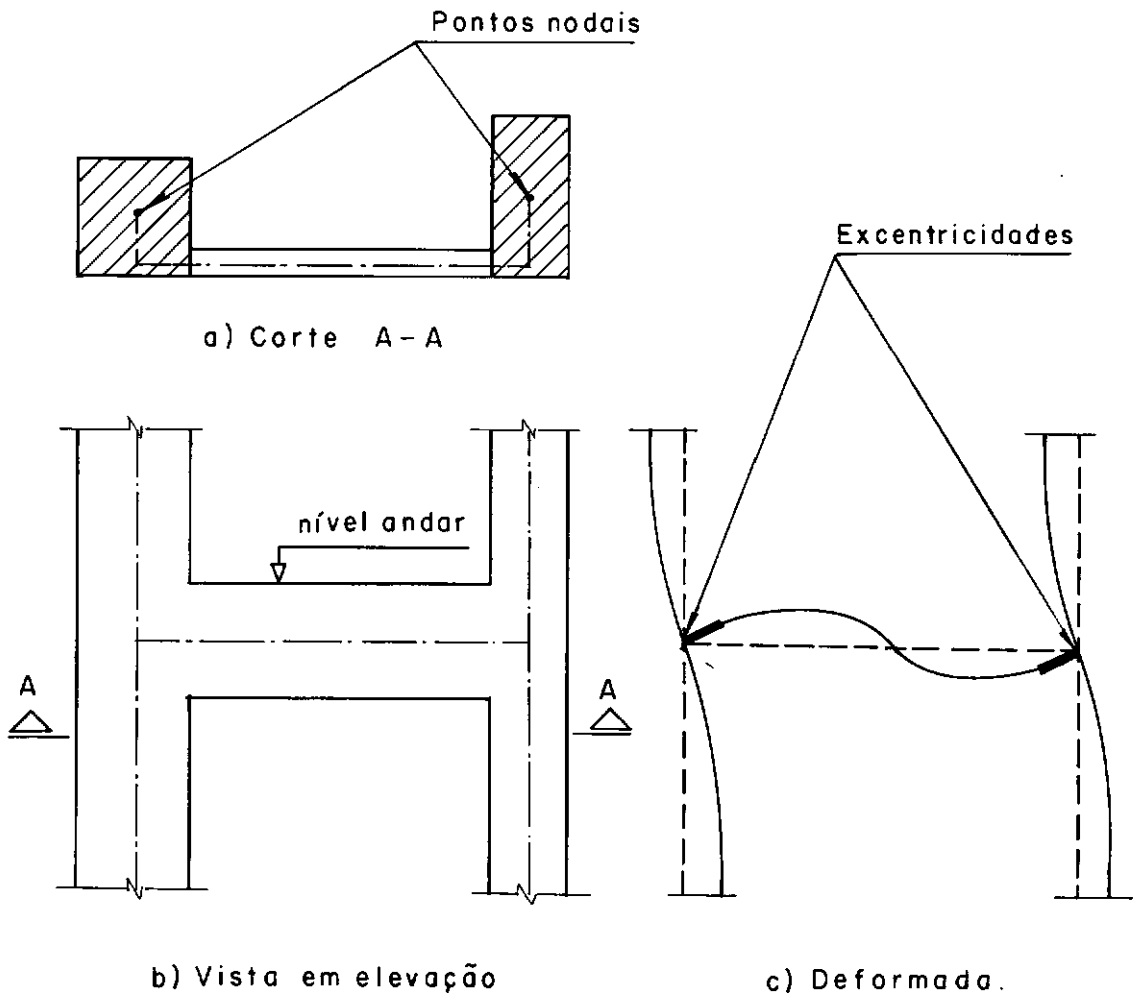


Fig. II.4 - Consideração de excentricidades nas extremidades de vigas.

Não importando seu tipo, as vigas poderão estar com suas extremidades excentricamente conectadas aos pontos nodais definidos na análise, de modo a simular o efeito de quando estão ligadas a pilares de grande seção transversal, como esclare

ce a fig. II.4. Estas excentricidades são comumente chamadas trechos rígidos.

### II.3.3 - Pilares

Os pilares são elementos unidimensionais verticais ou inclinados, com suas extremidades situadas em lajes distintas consecutivas. Dentre estes, os elementos nos quais os efeitos do empenamento devem ser considerados, serão chamados "pilares de seção aberta", diferenciando-os dos demais que serão mencionados como "pilares de seção sólida". Tal distinção faz-se necessária porque, conforme ver-se-á no capítulo seguinte, só se toma em conta os efeitos do empenamento em pilares de seção transversal aberta de paredes finas (por exemplo, seção I ou U)\*. Independentemente deste fato que os distingue, os pilares ficam definidos pela linha que passa pelo centro de cisalhamento da área de suas seções transversais.

Para os pilares de seção sólida, de mesmo modo que no caso das vigas, também não haverá restrição no que diz respeito a suas posições relativas dentro do pavimento a que pertencem,\*\* nem na forma de suas seções transversais. Na programação, no entanto, é automática apenas a consideração de pilares de eixo reto e seção transversal constante. Para pilares

---

\* Obviamente que se o analista estrutural julgar desnecessária a consideração do empenamento, tais elementos serão simplesmente classificados como de seção sólida.

\*\* Considera-se como pertencente a um pavimento (ou andar) as vigas situadas no plano da laje deste pavimento e os pilares imediatamente abaixo desta laje.



de outras formas, deve-se conhecer de antemão, ou a matriz de flexibilidade do elemento com a sua extremidade superior livre ou sua matriz de rigidez. Tais elementos são então denominados pilares especiais.

As extremidades dos pilares também poderão estar excentricamente conectadas aos pontos nodais. Pode-se, desta maneira, caracterizar o fato de um pilar vertical sofrer alteração na sua seção transversal quando da passagem de um andar para o seguinte, resultando numa mudança na posição de seu eixo (fig. II.5).

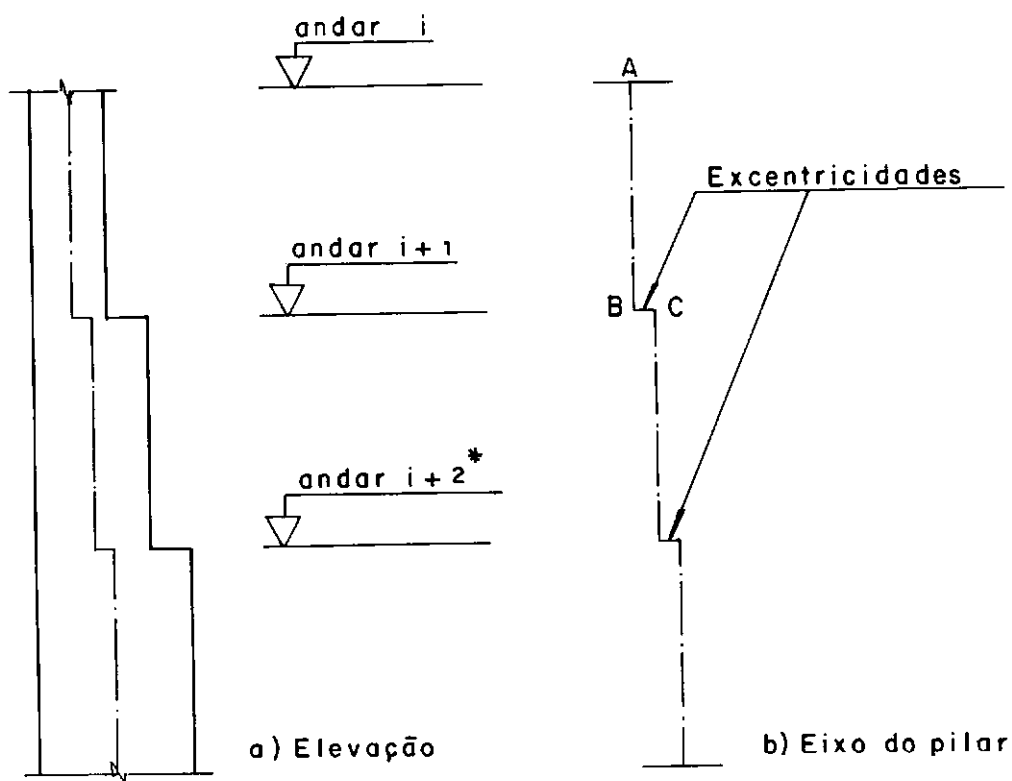


Fig. II.5 - Mudança na posição de eixo do pilar.

\* Os andares são numerados em ordem crescente do topo para a base.

Pelo exposto no último parágrafo e pela fig. II.5, percebe-se que para um pilar vertical, as excentricidades são definidas sempre e somente na sua extremidade inferior e nunca na sua extremidade superior. Isto se deve ao fato de que o ponto nodal definido pelo eixo deste pilar estar situado no ponto onde tal eixo intercepta o plano médio da laje existente na sua extremidade superior. Por exemplo, na fig. II.5.b, a linha AB no andar  $i+1$  representa o eixo do pilar e o trecho BC sua excentricidade inferior. O ponto nodal definido pelo eixo deste pilar, neste andar, situa-se em A, enquanto que no andar  $i+2$  situa-se em C. Sendo assim, excentricidades em extremidades superiores só podem ser definidas para pilares inclinados (fig. II.6).

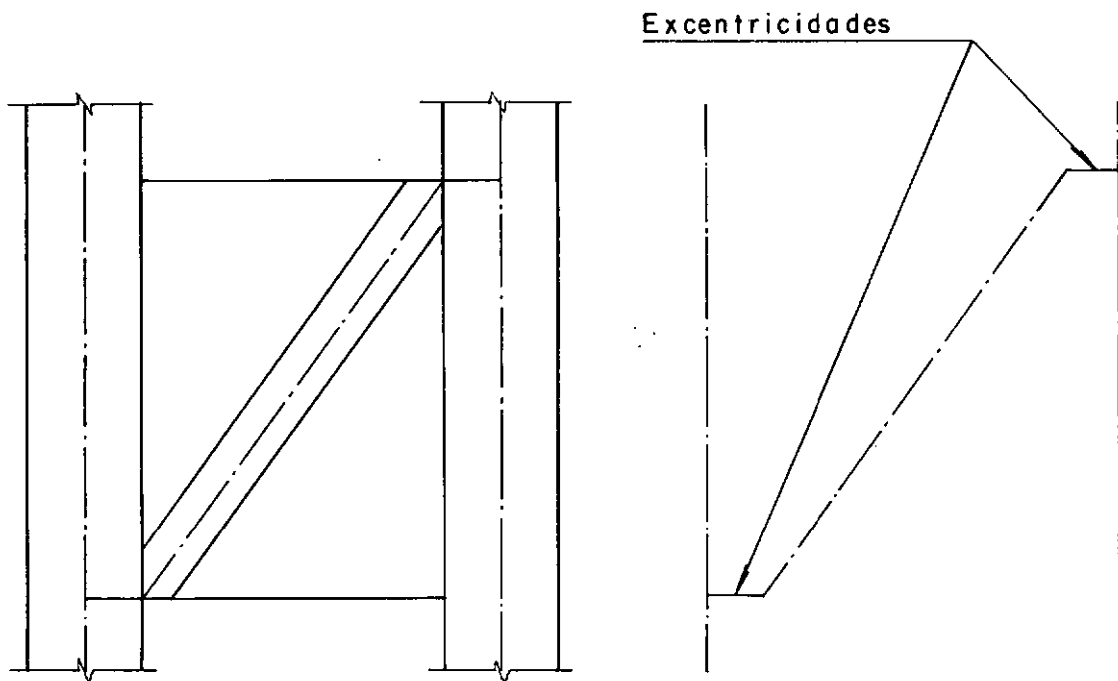


Fig. II.6 - Pilares inclinados poderão ter excentricidades em ambas extremidades.

No que diz respeito aos pilares de seção aberta, far-se-á a restrição de que sejam verticais sem modificação na posição de seus eixos ao longo da altura da edificação.

#### II.4 - GRAUS DE LIBERDADE

Define-se como grau de liberdade cada um dos modos possíveis de deslocamentos generalizados (deslocamentos lineares e rotações) que um nó de uma estrutura pode sofrer, independentemente. Por exemplo, em uma estrutura de pórtico espacial tem-se 6 graus de liberdade por ponto nodal, que são três deslocamentos e três rotações, medidos em relação a um sistema de referência de eixos mutuamente ortogonais.

Em uma estrutura de um edifício vista como pórtico espacial, se  $n$  designar o número total de pontos nodais, têm-se a princípio  $6n$  graus de liberdade, resultando um sistema de igual número de equações algébricas lineares. Com o objetivo de simplificar a análise através da redução deste número de graus de liberdade, supõe-se as lajes como indeformáveis nos seus planos e tornando então, seus movimentos nestes planos, compatíveis aos de um corpo rígido (fig. II.7).

Com esta simplificação resulta os seguintes graus de liberdade:

- Cada laje se deslocará independentemente segundo as direções dos eixos  $X$  e  $Y$ , juntamente com uma rotação em torno do eixo vertical  $Z$  (deslocamentos  $u$ ,  $v$  e  $\theta$  na fig. II.7). A estes movimentos denomina-se "deslocamentos de andar" e o ponto de referência para a medida dos mesmos é o obtido pela interseção do

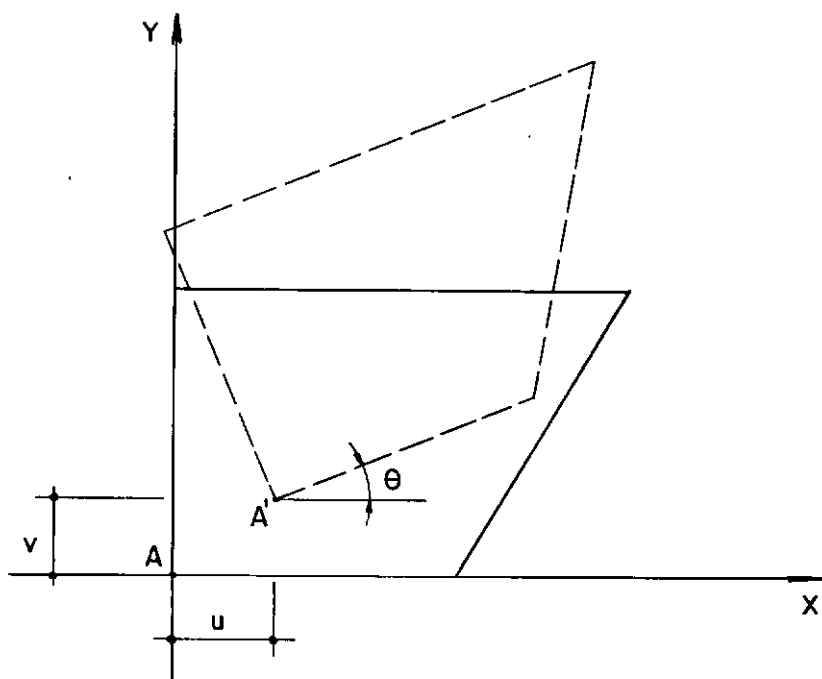


Fig. II. 7 - Representação do movimento que a laje executa como corpo rígido.

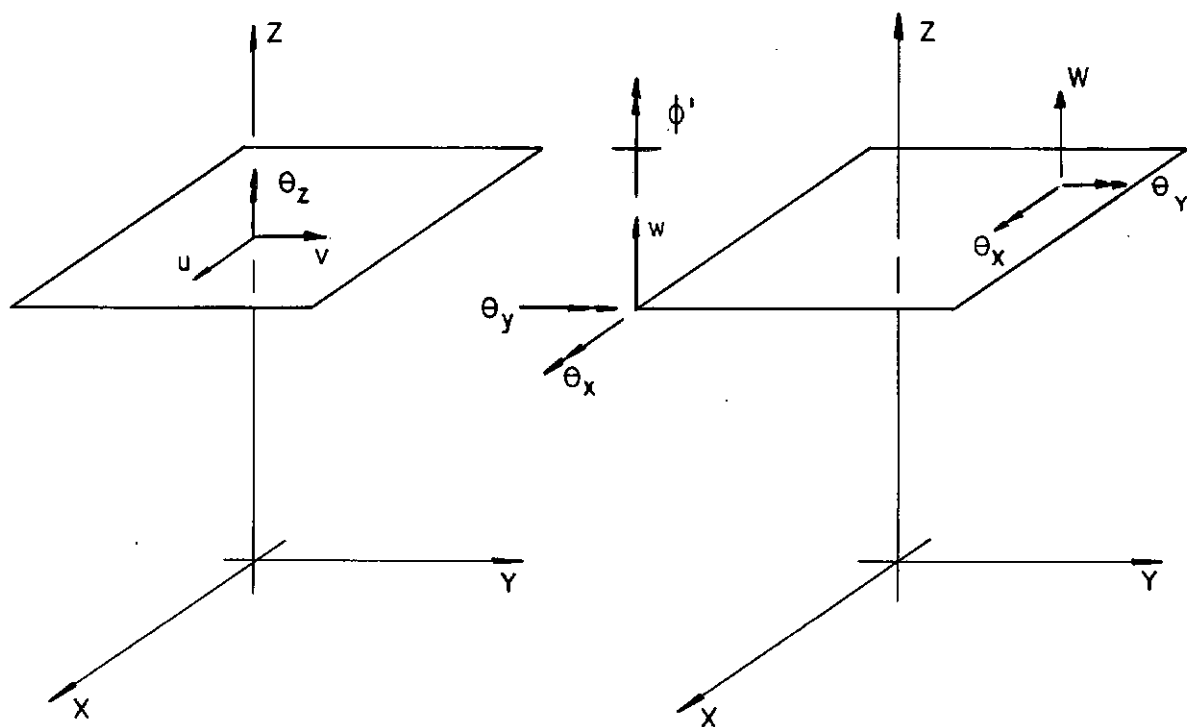
eixo vertical  $Z$ , com o plano da laje sob consideração (ponto A - fig. II.7).

- Cada ponto nodal sofrerá uma rotação decomponível vetorialmente nas direções dos eixos  $X$  e  $Y$ , juntamente com um deslocamento vertical. Estes movimentos são designados "deslocamentos independentes de nó".

No caso de um determinado ponto nodal estar sendo definido por um eixo de pilar no qual está sendo considerado o empenamento, é necessário adicionar neste nó, aos deslocamentos acima mencionados, um grau de liberdade que represente este fe-

nômeno. Conforme ver-se-á no capítulo III, este grau de liberdade adicional é a derivada do ângulo de torção do pilar.

A fig. II.8 sumariza, em representação vetorial, os graus de liberdade considerados na análise. Setas com dupla ponta indicam rotações e o símbolo  $\uparrow$  será representativo do empenamento.



a) Deslocamentos de andar.

b) Deslocamentos independentes de no.

Fig. II . 8 - Representação vetorial dos deslocamentos considerados em um pavimento.

Do exposto acima, o número total de graus de liberdade de uma estrutura de edifício será:

$$NGL = \sum_{i=1}^P \left[ 3 * (NT-NP) + 4 * NP + 3 \right] \quad (II.1)$$

onde:

P - número de andares

NP - número de pilares de seção aberta no andar

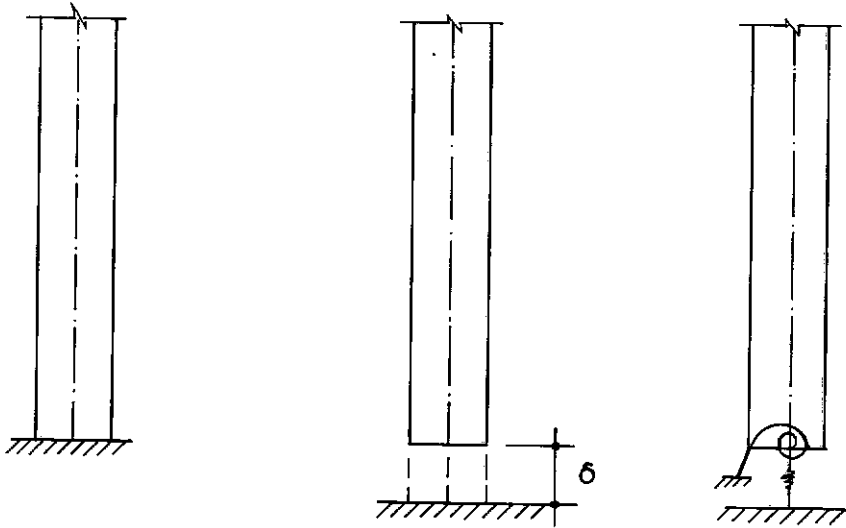
NT - número de pontos nodais no andar.

## II.5 - VINCULAÇÕES EXTERNAS

Vínculos externos são todas as ligações da estrutura com o meio ao qual ela interage. Estes vínculos ou apoios, deverão ser em número suficiente para impedir o movimento de corpo rígido do sistema estrutural, servindo portanto para transmitir para os suportes todas as cargas aplicadas sobre a estrutura.

No caso de uma estrutura de edifício, é característica geral que a transferência das cargas para as fundações se processe somente através de apoios situados em sua base. Além disto, a rigidez dos blocos de fundação é muito grande, o que permite que estes apoios sejam tomados como engastes. Seguindo este raciocínio, na presente programação, os pilares situados na base da estrutura são automaticamente considerados como perfeitamente engastados. Situações outras, tais como recalques diferenciais de apoio ou apoios elásticos em qualquer das direções de deslocamentos independentes de não nesta base, também podem ser

considerados (Fig. II.9)



a) Engaste perfeito

b) Recalque diferencial

c) Apoio elástico

Fig. II.9 - Situações de apoio.

Pode-se considerar ainda apoios elásticos ao nível da laje de cada pavimento, na direção dos deslocamentos de andar. Uma das vantagens destes apoios recai na análise de estruturas simétricas sujeitas a carregamentos simétricos ( ver item VI.3.2).

## II.6 - LIBERAÇÕES

Todas as ligações entre os elementos que constituem a estrutura são consideradas, a princípio, como sendo rígidas. Situações de liberação, de qualquer dos deslocamentos in-

dependentes de nó, podem ser contornadas definindo-se externamente (como dados de entrada no programa) as matrizes de rigidez de todos os elementos que incidem neste nó, exceto, se for o caso, apenas de um destes elementos. Estas matrizes de rigidez devem retratar a existência de tal liberação, ou seja, a linha e a coluna correspondente ao deslocamento liberado devem conter termos nulos e as demais modificadas de acordo com este fato. Como exemplo seja o nó representado na fig. II.10a com rotações livres em torno dos eixos X e Y. Escolhendo-se os membros V1, V2 e  $P1^1$  como os elementos para os quais serão definidas as matrizes de rigidez, o esquema estrutural do exemplo pode ser simulado como na fig. II.10b. O elemento  $P1^2$  estará "engastado" no nó evitando assim a ocorrência de termo nulo na diagonal principal, correspondente ao grau de liberdade desta rotação.

Como caso particular, de ocorrência bastante comum, um elemento pode estar rotulado em ambas as extremidades e trabalhando portanto como um elemento de treliça. Nesta situação é suficiente que se introduza valores nulos para os momentos de inércia à flexão e à torção.



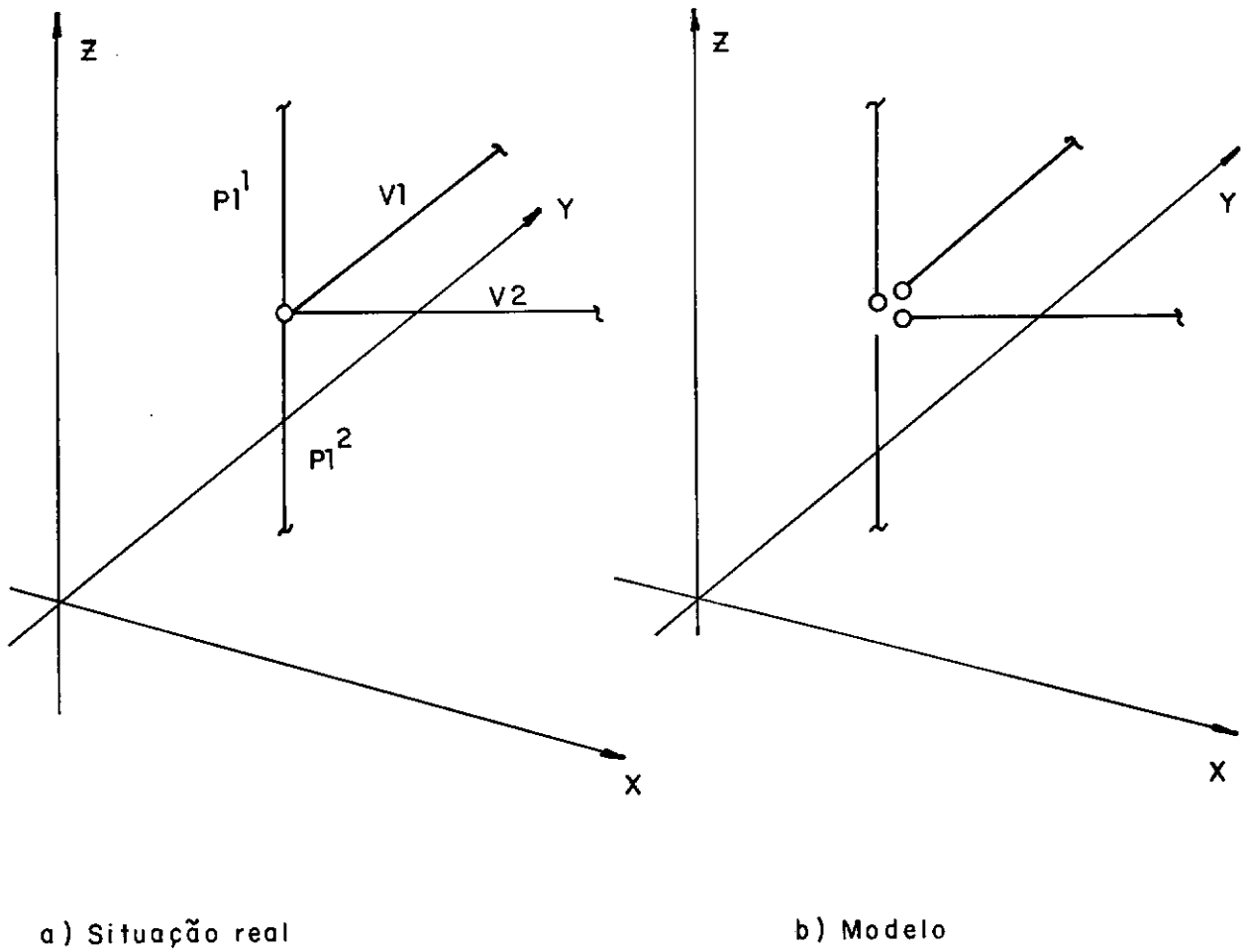


Fig II.10 — Exemplo de liberação.

## II.7 - CARREGAMENTOS EXTERNOS

Supõe-se que todas as cargas que atuam sobre a estrutura sejam de natureza estática, podendo ser verticais ou laterais. As cargas laterais aplicam-se diretamente sobre os andares na direção dos "deslocamentos de andar". Constituem-se, portanto, de duas forças nas direções dos eixos globais  $X$  e  $Y$  e de um momento de torção em torno de  $Z$ . O ponto onde supõe-se estarem estas cargas aplicadas é o obtido pela interseção do

eixo vertical  $Z$  com o plano da laje sob consideração (fig. II.8.a). Estas cargas são casos típicos do efeito do vento ou de um abalo sísmico sobre a estrutura.

As cargas verticais são aplicadas sobre as vigas ou diretamente sobre os pontos nodais nas direções dos deslocamentos independentes de nó (fig. II.8.b). Existe a possibilidade de consideração automática do peso próprio da estrutura (de vigas e pilares).

### CAPÍTULO III

#### TORÇÃO E FLEXÃO DE ELEMENTOS DE SEÇÃO TRANS-

#### VERSAL ABERTA COM PAREDES FINAS

##### III.1 - OBJETIVO

Neste capítulo desvia-se provisoriamente a atenção da quele que é o objetivo principal deste trabalho, para reproduzir de maneira resumida a teoria aplicável aos elementos estruturais de seção transversal aberta com paredes finas\* (hastes de paredes delgadas), objetivando dar subsídios à compreensão de sua aplicação às estruturas de edifícios. Por questão de espaço não existe a preocupação com uma análise matemática muito detalhada desta teoria, mas tão somente quanto à apresentação de alguns pontos julgados de interesse para o entendimento da mesma. Caso o leitor já esteja familiarizado com o assunto, poderá passar diretamente ao item III.5, ou ao contrário, obter informações complementares nas referências (1), (2), (3) e (4).

---

\* Esta teoria foi desenvolvida primeiramente pelo professor russo V.Z. Vlasov, na década de 30, mas só obteve maiores atenções no mundo ocidental a partir de 1961, quando da tradução para o inglês do livro "Thin-Walled Elastic Beams", do referido professor.

### III.2 - CLASSIFICAÇÃO DOS ELEMENTOS LONGITUDINAIS

É comum a designação "elementos longitudinais ou unidimensionais" para caracterizar os elementos estruturais que possuem uma das dimensões - o comprimento - preponderando sobre as outras duas - as dimensões da seção transversal. Estes elementos são esquematicamente representados por linhas que representam seus eixos (eixos longitudinais), e podem ser subdivididos em dois grupos distintos, dependendo da geometria da seção transversal:

- "elementos de seção sólida" (fig. III.1.a)
- "elementos de seção aberta com paredes finas" (fig. III.1.b).

É necessário esta subdivisão porque o comportamento estrutural de tais elementos é diferente sob efeitos de carregamentos externos, principalmente torção. É bom que se frise de imediato que um elemento de seção fechada, de paredes finas ou não, deve ser classificado para fins de análise como de seção sólida. (Isto porque a rigidez à torção de um elemento de seção fechada é comparavelmente maior que a rigidez à torção de um elemento de seção aberta, com geometria semelhante, de maneira que os efeitos de empenamento nestes elementos se torna irrelevante).

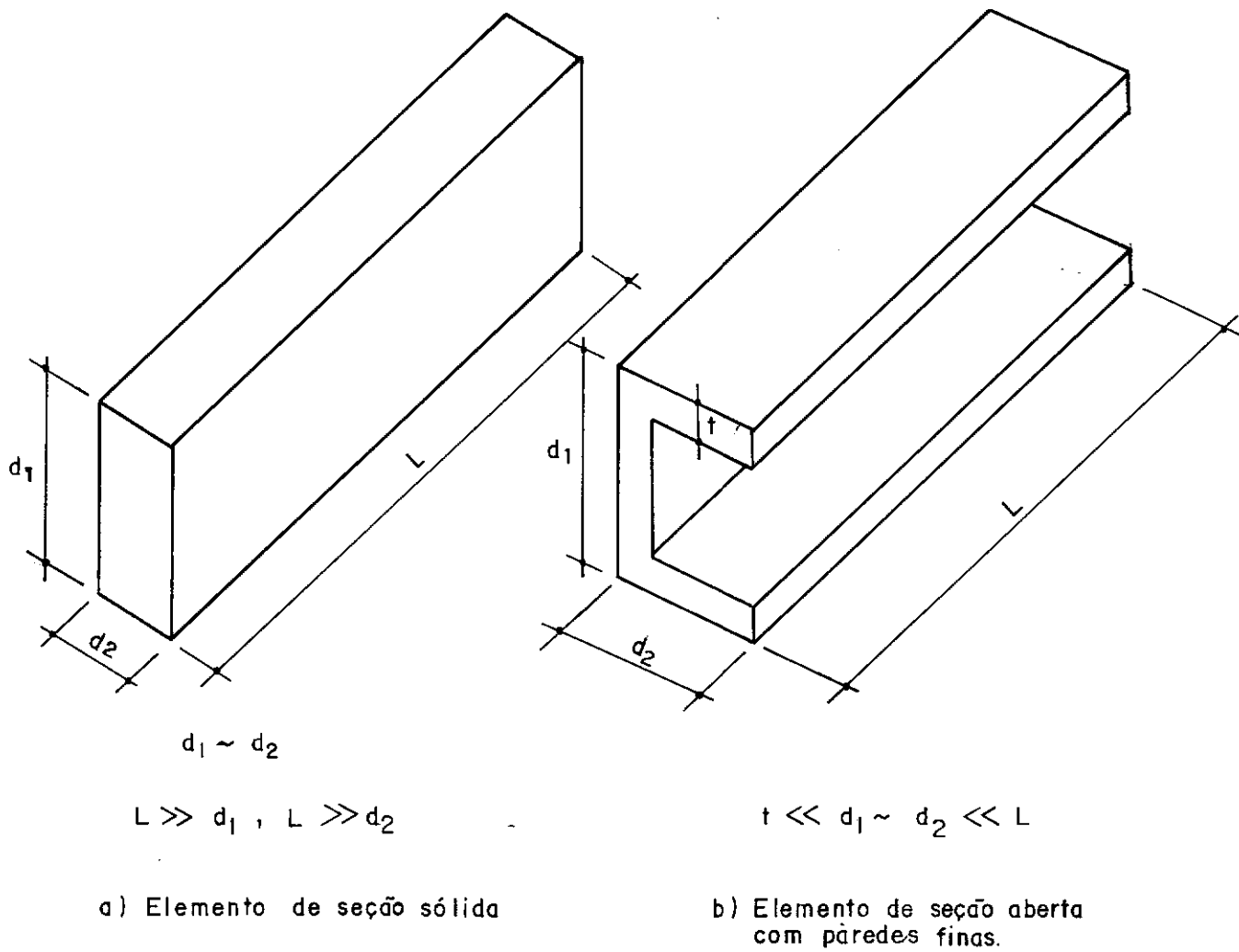


Fig. III.1 - Classificação de elementos longitudinais.

De acordo com o professor Vlasov, um elemento pode ser classificado como de paredes finas, sempre que se verificarem as seguintes relações:

$$\frac{t}{d} \leq \frac{1}{10} \quad \text{e} \quad \frac{d}{L} \leq \frac{1}{10}, \text{ sendo } d \text{ (} d_1 \text{ ou } d_2 \text{), } L \text{ e } t \text{ as dimensões indicadas na figura (III.1.b).}$$

### III.3 - OS EFEITOS DA TORÇÃO EM UM ELEMENTO LONGITUDINAL

É fato conhecido da Resistência dos Materiais que a aplicação de um momento de torção em um elemento longitudinal, de seção transversal não circular, resulta num empenamento nas seções transversais deste elemento. Percebido este fato é importante que se analise as situações em que existe ou não restrição (impedimento) a este empenamento. Em primeiro lugar, se após a aplicação do momento de torção, as seções transversais possuírem a mesma forma deformada, ou seja, se os pontos situados sobre uma linha paralela ao eixo do elemento sofrerem deslocamentos axiais idênticos em módulo, direção e sentido, diz-se que o empenamento está ocorrendo livremente (não existe restrição ao empenamento). Neste caso, a não variação nos deslocamentos axiais ( $\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = 0$ ,  $z$  é o eixo longitudinal) entre seções adjacentes implica o não aparecimento de tensões axiais ( $\sigma_z = E\epsilon_z = 0$ ).

Por outro lado, se a forma deformada não é a mesma em todas as seções, diz-se que o empenamento está restringido. Neste caso, a variação nos deslocamentos axiais ( $\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \neq 0$ ) entre duas seções adjacentes provoca tensões axiais e cisalhantes ( $\sigma_z = E\epsilon_z \neq 0$  e  $\tau_{xy} \neq 0$ ). Uma situação como esta ocorrerá quando, por exemplo, uma das seções está engastada.

Sabendo então que a restrição ao empenamento provoca tensões axiais e cisalhantes na seção transversal, deve-se pesquisar em que condições é necessário considerar estas tensões. Para os elementos de seção sólida, pode-se admitir como válida a hipótese de Saint Venant, que trata estas tensões como efeito

localizado nos pontos de aplicação dos momentos de torção, e portanto desprezadas numa análise global da estrutura. Consequentemente, estando os efeitos torção-flexão desacoplados, são válidas as equações obtidas da hipótese de que as seções transversais permanecem planas após deformadas. Ao contrário, para os elementos de seção aberta com paredes finas, estas tensões assumem valores que podem ser superiores aos provenientes da flexão, além de se propagarem ao longo de todo o comprimento do elemento. Como consequência não será válida a hipótese das seções planas e as equações dela obtidas.

Visto que os problemas de torção sobre elementos de seção sólida e os de seção aberta com paredes finas devem ser tratados separadamente, existem as seguintes teorias sobre este fenômeno:

- torção de Saint Venant - não considera as tensões oriundas da restrição ao empenamento e é aplicável portanto aos elementos de seção sólida, com ou sem restrição ao empenamento e aos elementos de seção aberta com paredes finas com empenamento livre.

- torção de empenamento (teoria de Vlasov) - por considerar as tensões oriundas da restrição ao empenamento, é aplicável aos elementos de seção aberta com paredes finas, com empenamento restringido. É para esta teoria que este capítulo estará voltado.

Informou-se até aqui que as seções transversais de elementos longitudinais sofrem empenamento sob torção. Para os elementos de seção aberta com paredes finas este empenamento não se limita a acontecer só devido a cargas de torção, mas também devido a cargas axiais. Seja por exemplo, o elemento da figura III.2, sujeito a um carregamento externo autoequilibrado e com a seção

transversal inferior restringida. As tensões provenientes deste carregamento não são quantificadas pelas equações aplicáveis aos elementos de seção sólida, mas o são pela teoria de Vlasov.

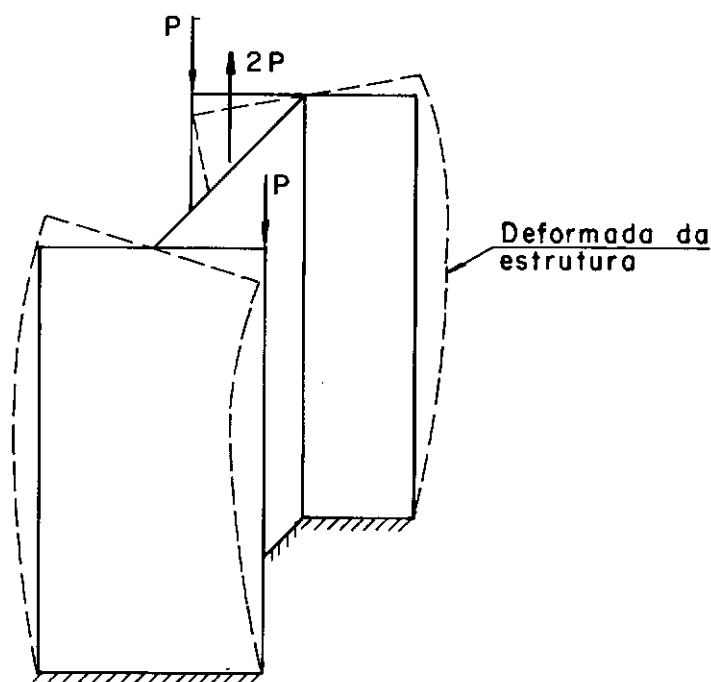


Fig. III.2 - Empenamento em um elemento carregado axialmente.

No próximo sub-item ver-se-á brevemente a torção de Saint Venant, enfocando sua aplicação aos elementos de seção aberta, já que tais informações serão utilizadas posteriormente.



### III.3.1 - Torção de Saint Venant

No caso da torção de Saint Venant, a relação existente entre o ângulo de torção e o momento de torção pode ser colocada sob a forma da seguinte equação diferencial (2):

$$\frac{d\phi}{dz} = \frac{T_{SV}(z)}{G I_z} \quad (\text{III.1})$$

onde,

$\phi$  - ângulo de torção

$T_{SV}(z)$  - momento de torção

$G$  - módulo de elasticidade transversal

$I_z$  - momento de inércia à torção

Para seções retangulares  $I_z$  pode ser obtido pela equação:

$$I_z = k d t^3 \quad (\text{III.2})$$

sendo  $k$  uma constante obtida da tabela III.1, dependendo da relação  $d/t$ , e estas a maior e a menor dimensão da seção transversal.

$d/t$	$\infty$	10	5	3	2,5	2,0	1,5	1,2	1,0
$k$	0,333	0,312	0,291	0,263	0,249	0,229	0,196	0,166	0,141

Tabela III.1 - Valores de  $k$  para o cálculo de  $I_z$  de seções retangulares

Percebe-se na tabela III.1 que para uma relação  $d/t > 10$  (a seção transversal já pode ser considerada de paredes finas), a constante  $k$  tende a  $1/3$ . Para o caso de uma seção formada

pela junção de vários elementos retangulares de paredes finas , formando assim uma seção aberta, o momento de inércia da seção composta pode ser obtido pela soma dos momentos de inércia à torção de cada componente individualmente (fig. III.3).

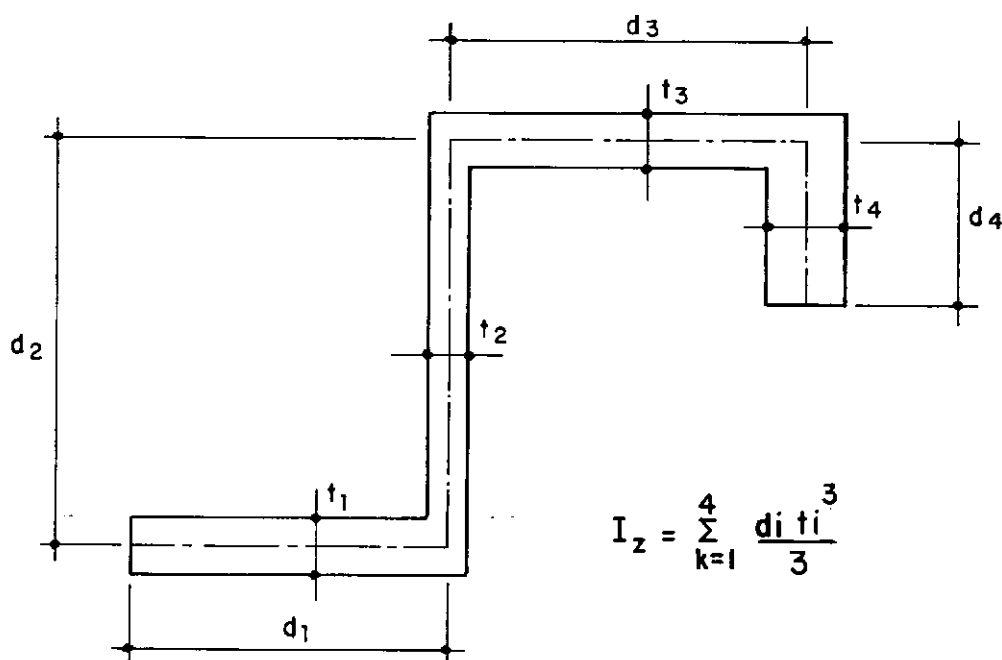


Fig. III.3 - Momento de inércia à torção de uma seção aberta com paredes finas.

Não havendo restrição ao empenamento, a distribuição das tensões de cisalhamento devidas à torção é linear na direção da espessura da parede (fig. III.4), sendo dada pela equação:

$$\tau_{zs} = T_{SV} \frac{2n}{I_z} \quad (\text{III.3})$$

onde,

$T_{SV}$  - momento de torção aplicado à seção

$n$  - coordenada normal medida perpendicularmente à li -

nha média da parede e variando de  $-t/2$  a  $+t/2$  (fig. III.4)

s - coordenada que define a linha média da parede

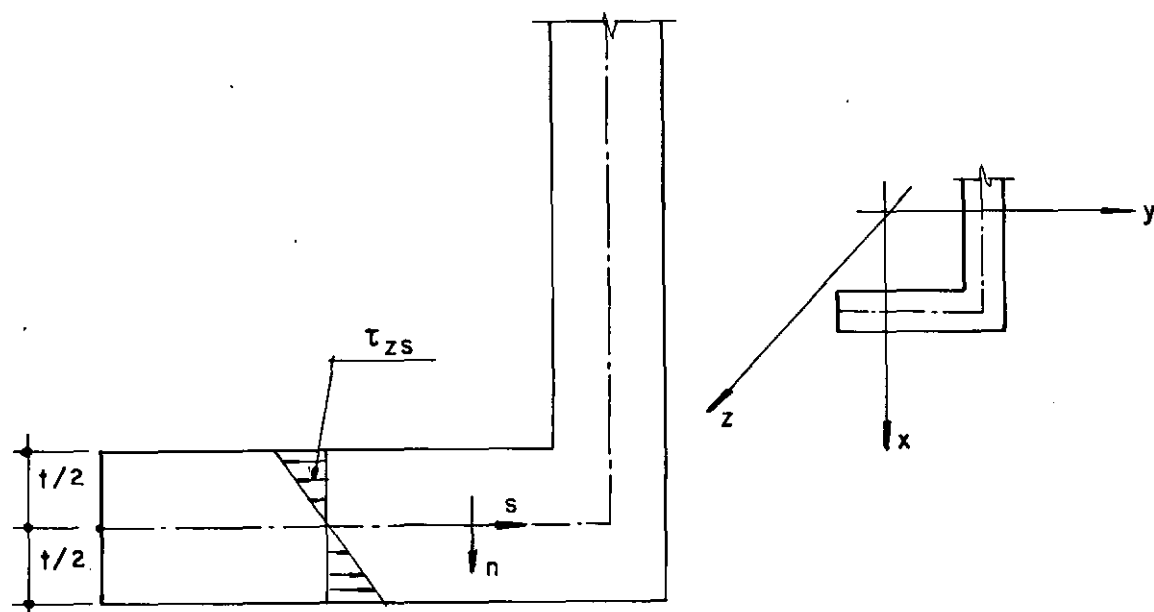


Fig. III. 4 - Tensões de cisalhamento devidas à torção quando não existe restrição ao empenamento.

### III.3.2 - Torção de Empenamento

Por definição, a espessura da parede de um elemento de seção aberta é comparavelmente menor que as outras dimensões da seção transversal. Este fato permite que se tome as tensões provocadas pela restrição ao empenamento como uniformemente distribuídas ao longo desta espessura e portanto que se trabalhe a

penas com a linha média da parede.

Para se obter a distribuição final das tensões axiais e de cisalhamento na seção transversal, deve-se partir do princípio da superposição de efeitos e supor o estado de deformação final como constituído da superposição de dois estados independentes:

- um, em que todas as seções se empenam livremente (torção de Saint Venant);
- outro, em que existe restrição ao empenamento e cujas tensões são uniformemente distribuídas ao longo da espessura (fig.III.5).

Em termos de tensões de cisalhamento, pode-se escrever:

$$\tau_T = \tau_{SV} + \tau_\omega \quad (\text{III.4})$$

Ou, em termos de momentos de torção:

$$T = T_{SV} + T_\omega \quad (\text{III.5})$$

onde,

$T$  - momento de torção aplicado à seção

$T_{SV}$  - torção de Saint Venant

$T_\omega$  - torção devida à restrição ao empenamento .

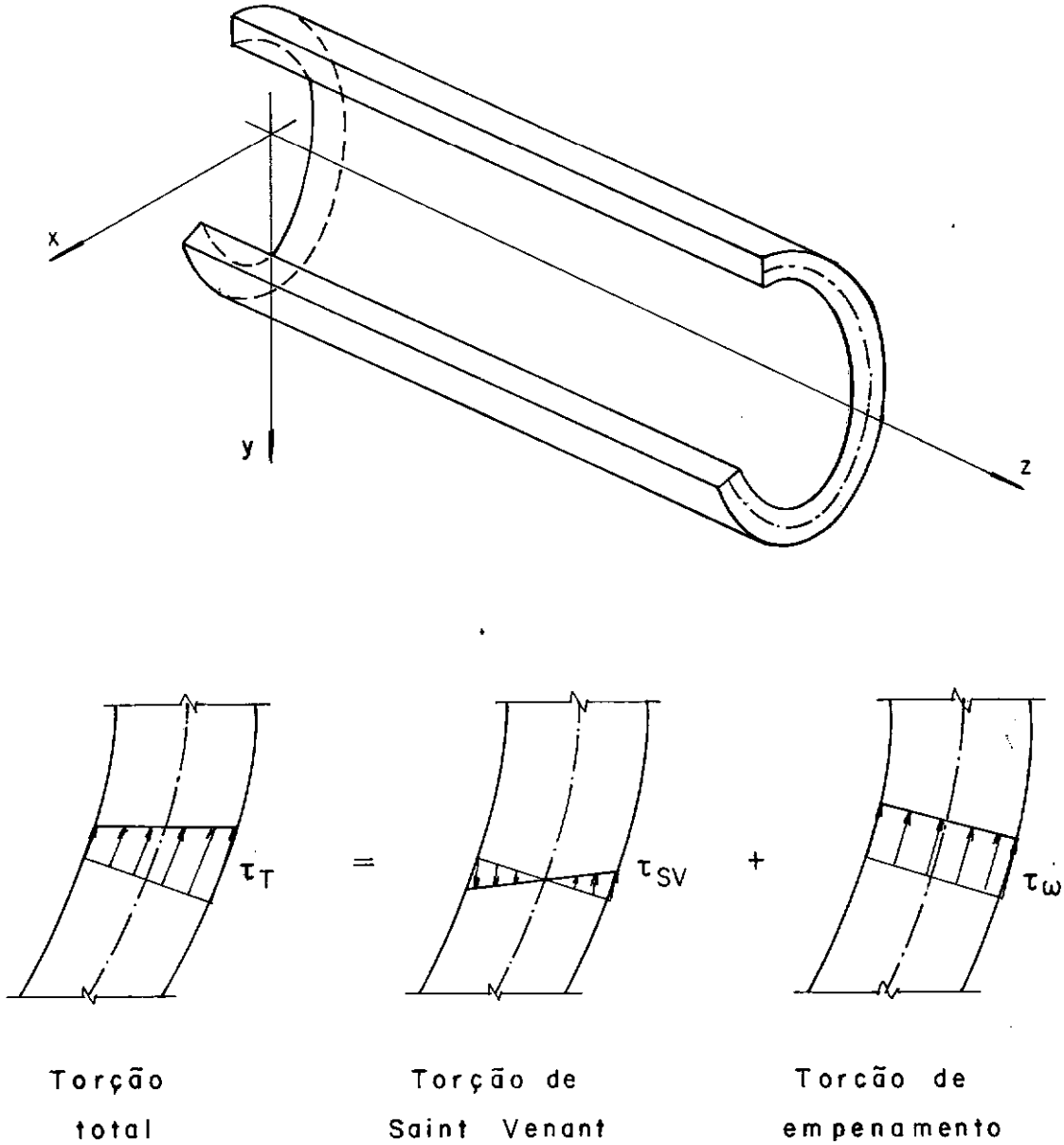


Fig. III.5 - Tensões de cisalhamento na torção.

### III.4 - EFEITOS COMBINADOS DE TORÇÃO-FLEXÃO-ESFORÇO NORMAL

Na figura III.6 representou-se um elemento genérico submetido a um carregamento que pode ser definido por cargas de torção  $m_z(z)$ , cargas transversais  $q_x(z)$  e  $q_y(z)$  e a um esforço normal  $N_z$ . O sistema de referência adotado (a princípio) é triortogonal direto  $xyz$ , com sua origem num ponto qualquer do plano mais à esquerda e com os eixos  $x$  e  $y$  tendo orientação qualquer neste plano. Para simplificar a geometria admite-se que o elemento tem seção transversal constante (a espessura da parede pode ser variável).

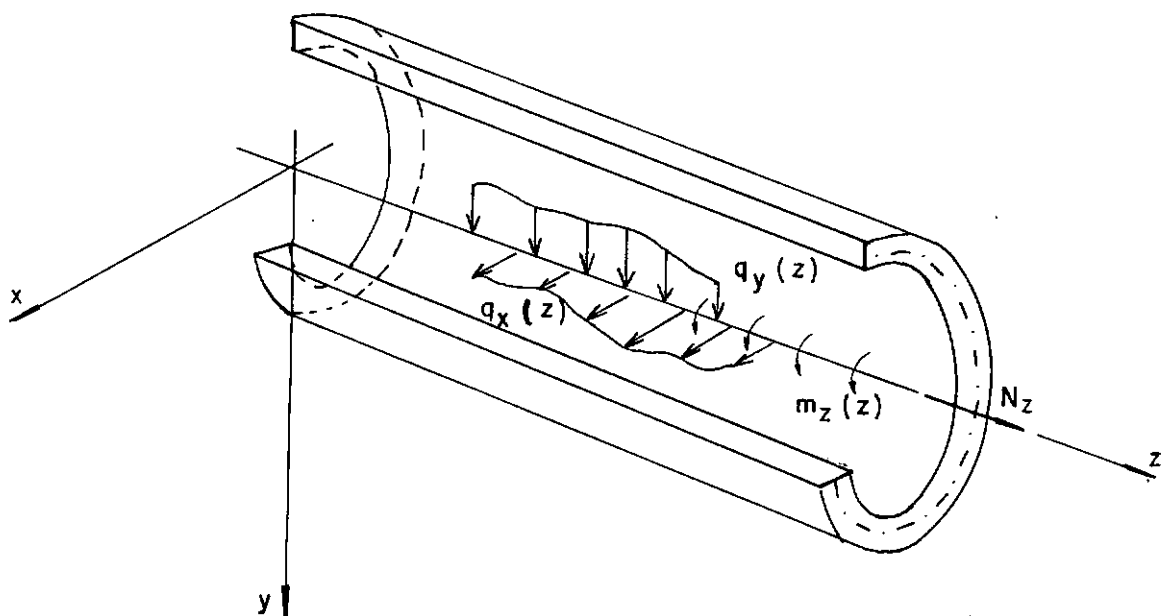


Fig. III. 6 - Sistema de referência com indicação de esforços e carregamentos positivos.

### III.4.1 - Hipóteses Simplificadoras

A teoria de Vlasov baseia-se nas seguintes hipóteses geométricas simplificadoras:

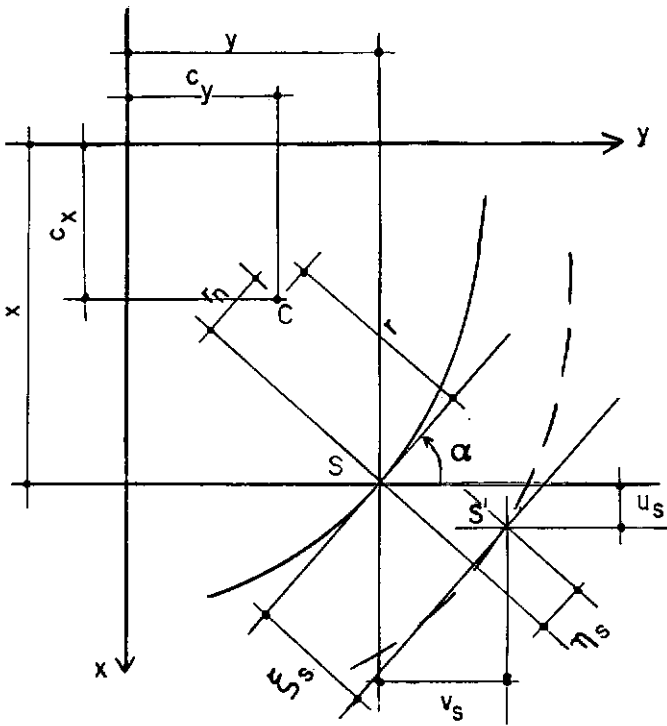
1<sup>a</sup> - A forma geométrica da seção transversal, após a deformação, se projeta indeformada num plano perpendicular ao eixo do elemento, independentemente do tipo do carregamento. Dito em outras palavras, não existe deslocamento no plano da seção, entre dois pontos nela situados. Desta maneira uma seção poderá sofrer deformações fora de seu plano (inclusive se empenar) porém gira, em torno de um eixo, como um corpo rígido.

O resultado desta hipótese é que um carregamento transversal genérico, aplicado em uma seção qualquer, poderá ser substituído por outro, estaticamente equivalente ao apresentado na fig. (III.6). O problema estará resolvido conhecendo-se as tensões axiais e cisalhantes atuantes no plano da seção.

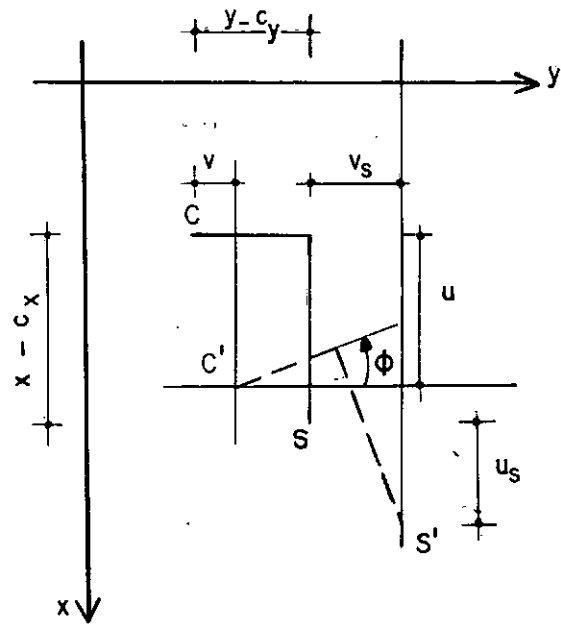
2<sup>a</sup> - Despreza-se as deformações angulares provocadas pelas tensões de cisalhamento.

### III.4.2 - Cinemática da Deformação

Seja a seção mostrada na fig. (III.7.a). C, de coordenadas  $(c_x, c_y)$  e S (situado sobre a linha média da parede) de coordenadas  $(x, y)$  são dois pontos quaisquer no plano desta seção.



a) Componentes dos deslocamentos



b) Rotação da Seção

Fig III.7 – Deslocamentos de um ponto da seção

Após a deformação o ponto  $S$  se desloca para  $S'$ . Designando-se  $(u, v, w)$  os deslocamentos do ponto  $C$  e  $(u_s, v_s, w_s)$  aqueles do ponto  $S$ , nas direções dos eixos  $(x, y, z)$  respectivamente, pode-se escrever que, tendo em vista a hipótese de que a seção gira como um corpo rígido (Fig. III.7.b).

$$u_s = u - (y - c_y) \phi \quad (\text{III.6.a})$$

$$v_s = v + (x - c_x) \phi \quad (\text{III.6.b})$$

sendo  $\phi$  o ângulo de giro.

Seja agora  $\xi_s$  e  $\eta_s$  os deslocamentos do ponto  $S$



nas direções normal e tangente à linha média da parede, Por simples geometria (fig. III.7.a), encontra-se :

$$\xi_s = u_s \cos \alpha + v_s \sin \alpha \quad (\text{III.7.a})$$

$$\eta_s = -u_s \sin \alpha + v_s \cos \alpha \quad (\text{III.7-b})$$

Substituindo-se as expressões (III.6.a) e (III.6.b) nas equações acima, resulta:

$$\xi_s = u \cos \alpha + v \sin \alpha + [-(y-c_y) \cos \alpha + (x-c_x) \sin \alpha] \phi$$

$$\eta_s = -u \sin \alpha + v \cos \alpha + [(y-c_y) \sin \alpha + (x-c_x) \cos \alpha] \phi$$

onde percebe-se que os termos entre colchetes são as distâncias  $r_n$  e  $r$  definidas na fig. (III.7.a). Então

$$\xi_s = u \cos \alpha + v \sin \alpha + r_n \phi \quad (\text{III.8.a})$$

$$\eta_s = -u \sin \alpha + v \cos \alpha + r \phi \quad (\text{III.8.b})$$

O deslocamento axial é obtido utilizando-se a hipótese de deformações angulares nulas:

$$\gamma_{sz} = \frac{\partial w_s}{\partial s} + \frac{\partial \eta_s}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial w_s}{\partial s} = \frac{du}{dz} \sin \alpha - \frac{dv}{dz} \cos \alpha - r \frac{d\phi}{dz}$$

$$\text{Sendo } \cos \alpha = \frac{dy}{ds} \text{ e } \sin \alpha = -\frac{dx}{ds}, \text{ vem}$$

$$\frac{\partial W}{\partial s} = - \frac{du}{dz} \frac{dx}{ds} - \frac{dv}{dz} \frac{dy}{ds} - \frac{d\phi}{dz} r$$

Multiplicando ambos os lados por  $ds$  e integrando, resulta finalmente

$$W_s = W_o - x \frac{du}{dz} - y \frac{dv}{dz} - \omega \frac{d\phi}{dz} \quad (\text{III.9})$$

onde,

$$\omega = \int_0^s r \, ds$$

Na equação (III.9)  $W_o$  representa um deslocamento uniforme de toda a seção, sendo  $\omega$  denominada coordenada setorial. Para um ponto qualquer  $S$  (fig. III.8), a coordenada setorial é numericamente igual ao dobro da área varrida pelo raio vetor  $\overline{CO}$ , quando este gira em torno de  $C$  (chamado pólo), desde  $O$  (chamado origem) até  $S$ , com sua extremidade móvel sobre a linha média da parede. Se o raio vetor  $\overline{CO}$  gira no sentido anti-horário, os incrementos na coordenada setorial são positivos, caso contrário negativos.

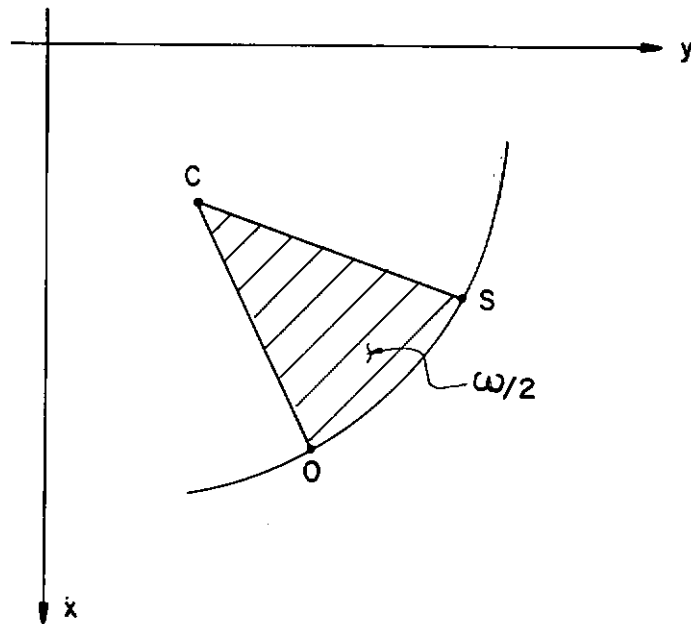
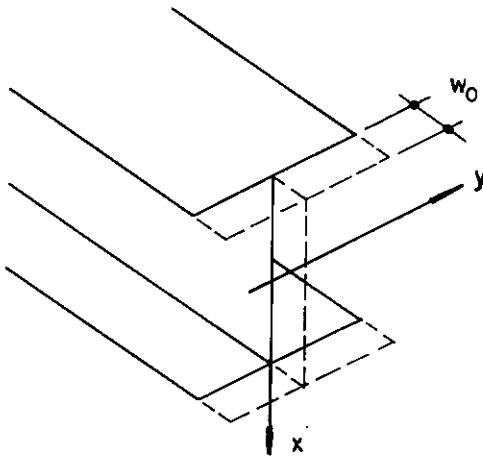
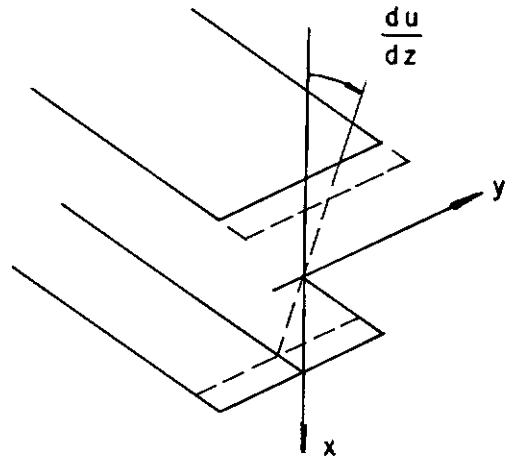


Fig. III. 8 - Coordenada setorial  $\omega$

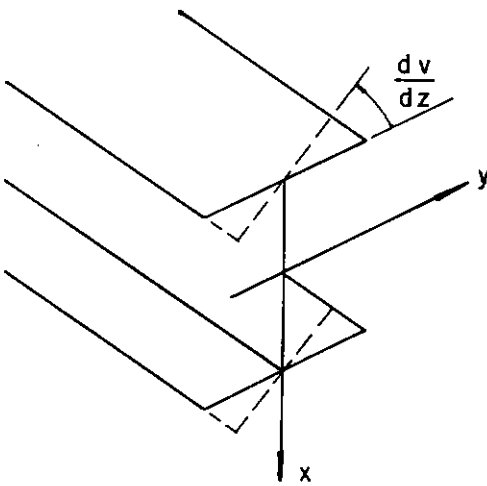
Analisando-se a equação (III.9) percebe-se que o segundo e o terceiro termos são representativos de deslocamentos axiais devidos à rotação da seção em torno dos eixos  $x$  e  $y$ , cujos ângulos medem  $\frac{dv}{dz}$  e  $\frac{du}{dz}$ , respectivamente (fig. III.9). Estas rotações, juntamente com o termo  $W_0$ , satisfazem a hipótese das seções planas. O quarto termo traduz portanto os efeitos do empenamento da seção, sendo  $\frac{d\phi}{dz}$  o grau de liberdade que representa este fato. A hipótese das seções planas é portanto um caso particular da teoria de Vlasov. Nesta equação as rotações  $\frac{du}{dz}$  e  $\frac{dv}{dz}$  são positivas quando provocam deslocamentos axiais positivos em quadrantes negativos (fig. III.9).



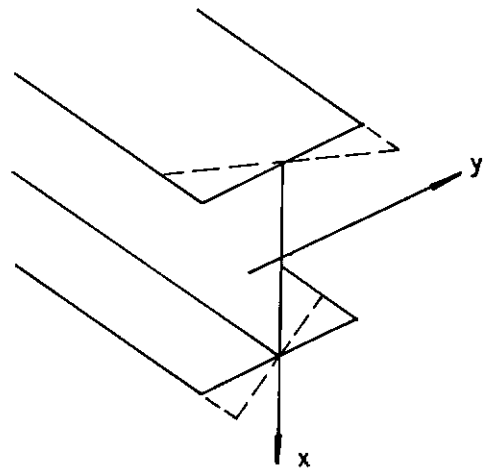
a) Deslocamento uniforme.



b) Rotação em torno de y.



c) Rotação em torno de x.



d) Empenamento.

Fig. III.9 - Graus de liberdade da seção transversal.

Admitindo-se linearidade geométrica, as deformações são obtidas pela equação:

$$\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{dw_0}{dz} - x \frac{d^2 u}{dz^2} - y \frac{d^2 v}{dz^2} - \omega \frac{d^2 \phi}{dz^2} \quad (\text{III.10})$$

### III.4.3 - Tensões Axiais

Como o material é elástico linear (linearidade física) as tensões axiais são obtidas pela Lei de Hooke:

$$\sigma_z = E \epsilon_z = E \left( \frac{dw_o}{dz} - x \frac{d^2 u}{dz^2} - y \frac{d^2 v}{dz^2} - \omega \frac{d^2 \phi}{dz^2} \right) \quad (\text{III.11})$$

sendo  $E$  o módulo de elasticidade longitudinal.

Da equação (III.11) pode-se definir as seguintes resultantes de tensões, linearmente independentes:

$$N_z = \int_A \sigma_z \, dA \quad \text{esforço normal} \quad (\text{III.12.a})$$

$$M_x = \int_A \sigma_z \, y \, dA \quad \text{momento fletor em torno de } x \quad (\text{III.12.b})$$

$$M_y = \int_A \sigma_z \, x \, dA \quad \text{momento fletor em torno de } y \quad (\text{III.12.c})$$

$$B = \int_A \sigma_z \, \omega \, dA \quad \text{bimomento} \quad (\text{III.12.d})$$

Pela maneira como estão definidos, estes esforços são positivos quando tracionam fibras de coordenadas positivas. A equação (III.12.d) não é conhecida nas teorias para elementos de seção sólida e define a resultante das tensões oriundas da restrição ao empenamento.

Introduzindo a equação (III.11) dentro de cada uma das equações (III.12), obtém-se:

$$N_z = -E \left[ -\frac{dw_o}{dz} \int_A dA + \frac{d^2u}{dz^2} \int_A x dA + \frac{d^2v}{dz^2} \int_A y dA + \frac{d^2\phi}{dz^2} \int_A \omega dA \right] \dots \text{(III.13.a)}$$

$$M_x = -E \left[ -\frac{dw_o}{dz} \int_A y dA + \frac{d^2u}{dz^2} \int_A xy dA + \frac{d^2v}{dz^2} \int_A y^2 dA + \frac{d^2\phi}{dz^2} \int_A \omega y dA \right] \dots \text{(III.13.b)}$$

$$M_y = -E \left[ -\frac{dw_o}{dz} \int_A x dA + \frac{d^2u}{dz^2} \int_A x^2 dA + \frac{d^2v}{dz^2} \int_A yx dA + \frac{d^2\phi}{dz^2} \int_A \omega x dA \right] \dots \text{(III.13.c)}$$

$$B = -E \left[ -\frac{dw_o}{dz} \int_A \omega dA + \frac{d^2u}{dz^2} \int_A x\omega dA + \frac{d^2v}{dz^2} \int_A y\omega dA + \frac{d^2\phi}{dz^2} \int_A \omega^2 dA \right] \dots \text{(III.13.d)}$$

As equações acima representam as relações entre es forços (resultantes de tensões) e deslocamentos definidas para um sistema de referência arbitrário. As integrais que aparecem nestas equações dependem unicamente da geometria da seção transversal - funções  $x$ ,  $y$ ,  $\omega$  (e portanto da posição do sistema de referência), tendo seus significados definidos abaixo:

$$A = \int_A dA \quad \text{área da seção transversal}$$

$$S_x = \int_A y dA \quad \text{momento estático de área em relação ao eixo } x$$

$$S_y = \int_A x dA \quad \text{momento estático de área em relação ao eixo } y$$

$$I_{xy} = \int_A xy dA \quad \text{produto de inércia}$$

$$I_x = \int_A y^2 dA \quad \text{momento de inércia em relação ao eixo } x$$

$$I_y = \int_A x^2 dA \quad \text{momento de inércia em relação ao eixo } y$$

$$S_\omega = \int_A \omega dA \quad \text{momento estático setorial}$$

$$I_{\omega x} = \int_A \omega y dA \quad \text{produto de enércia setorial em relação ao eixo } x$$

$$I_{\omega y} = \int_A \omega x dA \quad \text{produto de inércia setorial em relação ao eixo } y$$

$$I_\omega = \int_A \omega^2 dA \quad \text{momento de inércia setorial}$$

As equações (III.13) resultaram com um aspecto não muito conveniente para aplicações práticas, justamente devido à arbitrariedade existente na escolha da posição do sistema de referência. Pode-se no entanto quebrar esta arbitrariedade de maneira que as referidas equações resultem simplificadas. Ad

mitindo-se então que os eixos  $x$  e  $y$  passem pelo centróide da seção, os momentos estáticos de área  $S_x$  e  $S_y$  serão nulos. Além disso, se a direção destes eixos coincidir com as direções principais de inércia, o produto de inércia  $I_{xy}$  será nulo. De maneira semelhante pode-se fixar o pólo e a origem - pontos necessários para a determinação das coordenadas setoriais (fig. III.8) - admitindo-se nulos  $I_{\omega x}$ ,  $I_{\omega y}$  e  $S_\omega$ . O pólo, obtido pela condição de que os produtos de inércia  $I_{\omega x}$  e  $I_{\omega y}$  sejam nulos, é chamado pólo principal, enquanto que a origem, definida anulando-se  $S_\omega$ , é então, também chamada principal. O sistema de coordenadas  $(x, y, \omega)$  obtido pelas condições acima é chamado "sistema de coordenadas principais".

O pólo principal como definido acima é único na seção e coincide com o centro de cisalhamento. Por definição, centro de cisalhamento é o ponto da seção sobre o qual devem estar aplicadas as cargas transversais para que o elemento não sofra torção. Admitindo-se então, que este seja o fato, as equações diferenciais de equilíbrio resultarão desacopladas.

Substituindo-se nas equações (III.13) as condições que definem o sistema de coordenadas principais, tem-se:

$$N_z = EA \frac{dW_o}{dz} \qquad \frac{dW_o}{dz} = \frac{N_z}{EA} \qquad \text{(III.14.a)}$$

$$M_x = -EI_x \frac{d^2 v}{dz^2} \qquad \frac{d^2 v}{dz^2} = - \frac{M_x}{EI_x} \qquad \text{(III.14.b)}$$

$$M_y = -EI_y \frac{d^2 u}{dz^2} \qquad \frac{d^2 u}{dz^2} = - \frac{M_y}{EI_y} \qquad \text{(III.14.c)}$$



$$B = - E I_{\omega} \frac{d^2 \phi}{dz^2} \quad \frac{d^2 \phi}{dz^2} = - \frac{B}{EI_{\omega}} \quad (\text{III.14.d})$$

Introduzindo-se as equações acima na equação (III.11) resulta então:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{A} + \frac{M_{xy}}{I_x} + \frac{M_{yx}}{I_y} + \frac{B_{\omega}}{I_{\omega}} \quad (\text{III.15})$$

Convém frisar que as equações (III.14) e (III.15) estão definidas para o sistema de coordenadas principais, e que portanto as cargas transversais devem ter seus pontos de aplicação no centro de cisalhamento. Quando existe uma situação em que este fato não ocorre, substitui-se tal carregamento por outro estaticamente equivalente e atuando no centro de cisalhamento (fig. III.10).

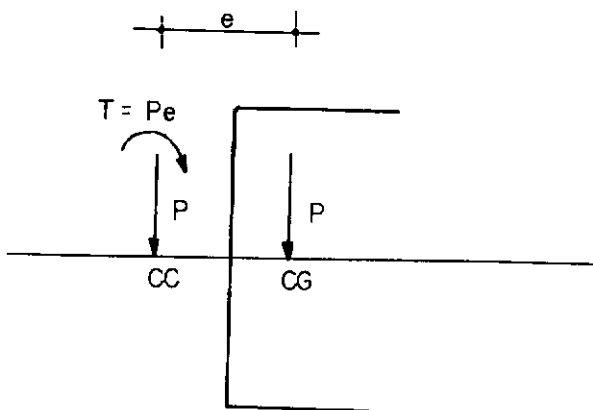


Fig III.10 — Carregamentos equivalentes

### III.4.4 - Tensões de Cisalhamento

As tensões de cisalhamento não podem ser obtidas diretamente da lei de Hooke ( $\tau = G\gamma$ ), visto que, por hipótese inicial, as distorções angulares  $\gamma$  foram desprezadas. Estas tensões no entanto podem ser obtidas estudando-se o equilíbrio longitudinal de um elemento típico de parede tal como o indicado na fig. (III.11).  $s$  é a coordenada que define a linha média da parede e  $q = \tau_{zs} \cdot t$  o fluxo de cisalhamento medido na direção tangente a esta linha. Notar que as tensões devidas à torção de Saint Venant (fig. III.4) não estão computadas na variável  $q$ .

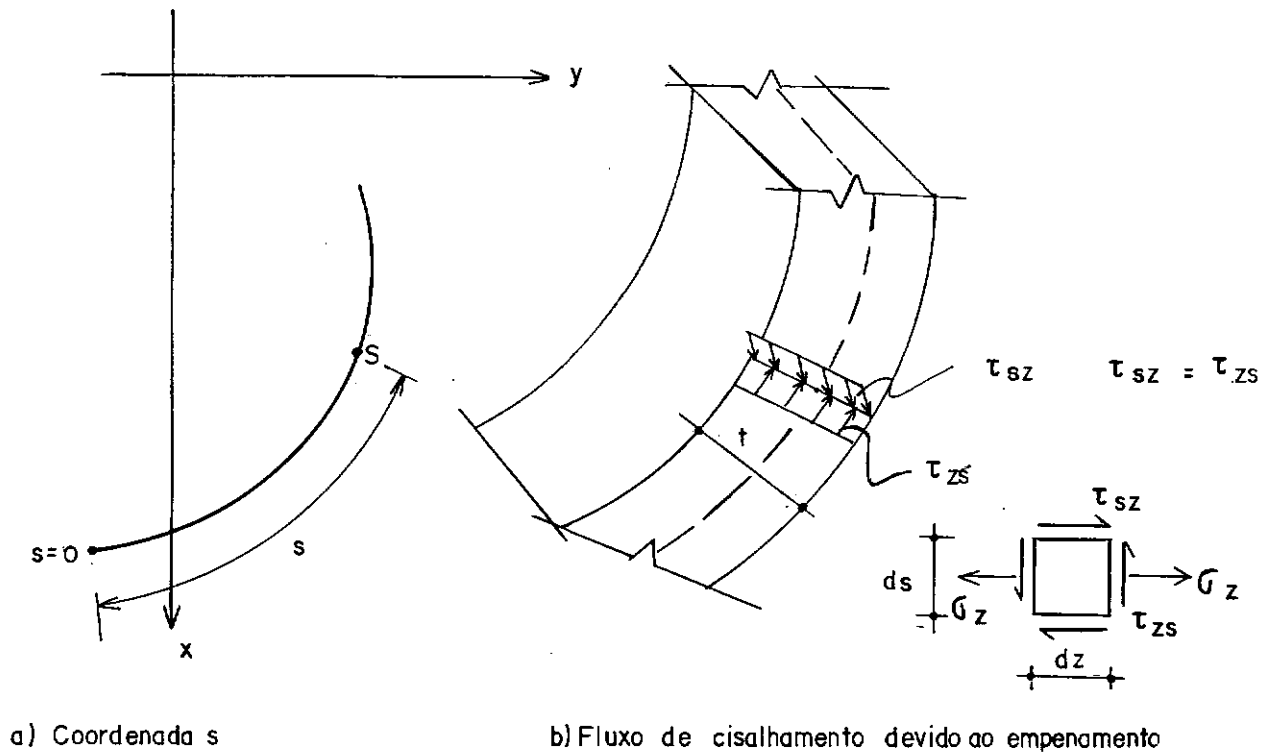


Fig III. 11 - Tensões de cisalhamento.

Fazendo somatório de forças na direção  $z$ , no limite em que  $\Delta s$  e  $\Delta z$  tendem a zero, obtém-se:

$$\frac{\partial q}{\partial s} + t \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.16})$$

Resolvendo esta equação para a variável  $q$ , tem-se:

$$q = \bar{q} - \int_0^s \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dA$$

onde  $\bar{q}$  é o fluxo de cisalhamento em  $s=0$ . Tomando a origem da coordenada  $s$  numa face externa da seção (fig. III.11),  $\bar{q}$  é zero. (Fases externas são livres de tensões). Então,

$$q = - \int_0^s \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dA \quad (\text{III.17})$$

Introduzindo nesta equação a derivada primeira da equação (III.15), obtém-se:

$$q = - \frac{dM_x/dz}{I_x} \int_0^s y dA - \frac{dM_y/dz}{I_y} \int_0^s x dA - \frac{dB/dz}{I_\omega} \int_0^s \omega dA \quad (\text{III.18})$$

Sabendo que:

$$\frac{dM_x}{dz} = V_y \quad \text{esforço cortante na direção } y$$

e

$$\frac{dM_y}{dz} = V_x \quad \text{esforço cortante na direção } x$$

designa-se, em analogia aos esforços cortantes

$$V_\omega = \frac{dB}{dz}$$

As integrais na equação (III.18) são os momentos es

táticos de área em função de  $s$

$$S_x(s) = \int_0^s y(s) t(s) ds$$

$$S_y(s) = \int_0^s x(s) t(s) ds$$

$$S_\omega(s) = \int_0^s \omega(s) t(s) ds$$

Resulta finalmente

$$q = -V_y \frac{S_x(s)}{I_x} - V_x \frac{S_y(s)}{I_y} - V_\omega \frac{S_\omega(s)}{I_\omega} \quad (\text{III.19})$$

Os esforços fortantes  $V_x$  e  $V_y$  são positivos quando atuam nas direções positivas dos eixos  $x$  e  $y$ , vistos por um observador situado sobre o eixo  $z$  e olhando em direção contrária a este eixo. O sinal de  $V_\omega$  fica definido pelo sinal do bimomento. Somando à equação (III.19) a parcela das tensões de Saint Venant, (eq. III.3), obtém-se a equação final que define as tensões de cisalhamento num ponto qualquer da seção:

$$\tau_{zs} = -\frac{V_y S_x(s)}{t(s) I_x} - \frac{V_x S_y(s)}{t(s) I_y} - \frac{V_\omega S_\omega(s)}{t(s) I_\omega} + T_{sv} \frac{2n}{I_z} \quad (\text{III.20})$$

### III.4.5 - Equações Diferenciais de Equilíbrio

O terceiro termo na equação (III.20) corresponde à parcela das tensões de cisalhamento oriundas da restrição ao empenamento. Para um esforço  $V_\omega$  positivo, num ponto em que  $S_\omega$  é positivo, estas tensões são negativas e causarão um momento de torção  $T_\omega$ , tomado em relação ao centro de cisalhamento, negativo. Mostra-se (2) então que:

$$T_\omega = -V_\omega = -\frac{dB}{dz} \quad (\text{III.21})$$

de onde resulta, tendo em vista a equação (III.14.d):

$$T_\omega = -E I_\omega \frac{d^3\phi}{dz^3} \quad (\text{III.22})$$

Substituindo-se este resultado, juntamente com a equação (III.1), na equação (III.5), obtém-se a relação entre o momento de torção aplicado à seção e o ângulo de giro resultante:

$$T = G I_z \frac{d\phi}{dz} - E I_\omega \frac{d^3\phi}{dz^3} \quad (\text{III.23})$$

Considere-se a seguir o segmento de elemento, de comprimento  $\Delta z$ , apresentado na figura (III.12). Supõe-se que o carregamento indicado esteja atuando no centro de cisalhamento. Fazendo-se equilíbrio de forças e momentos nas direções dos eixos, obtém-se as relações a seguir, familiares na Resistência dos Materiais.

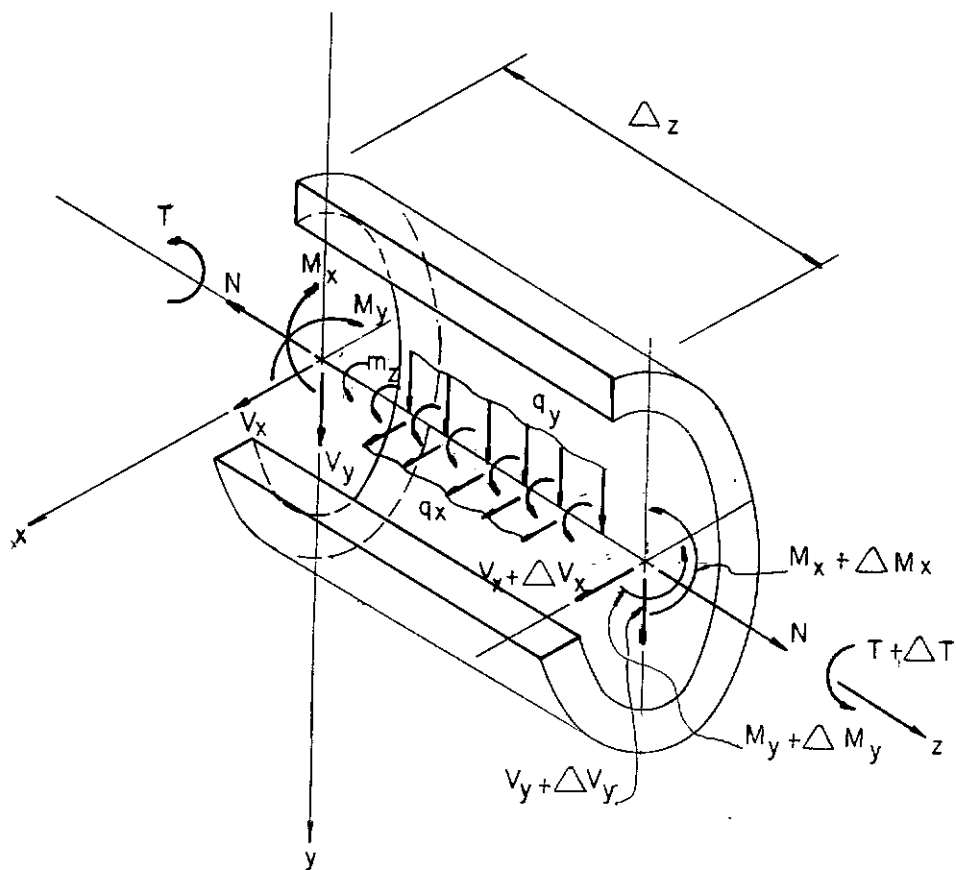


Fig. III.12 - Segmento típico de elemento de seção aberta.

$$\frac{dV_x}{dz} = -p_x(z) \quad , \quad \frac{dM_y}{dz} = V_x \quad \frac{d^2 M_y}{dz^2} = -p_x(z)$$

$$\frac{dV_y}{dz} = -p_y(z) \quad , \quad \frac{dM_x}{dz} = V_y \quad \frac{d^2 M_x}{dz^2} = -p_y(z)$$

$$\frac{dT}{dz} = -m_z(z)$$

Substituindo-se as relações acima nas derivadas das equações (III.14.b), (III.14.c) e (III.23), obtém-se:

$$E I_y \frac{d^4 u}{dz^4} = p_x(z) \quad \text{(III.24.a)}$$

e

$$E I_x \frac{d^4 v}{dz^4} = p_y(z) \quad (\text{III.24.b})$$

que são as equações diferenciais de equilíbrio na flexão, e

$$E I_\omega \frac{d^4 \phi}{dz^4} - G I_z \frac{d^2 \phi}{dz^2} = m_z(z) \quad (\text{III.24.c})$$

que é a equação diferencial de equilíbrio da torção com empena -  
mento.

As equações diferenciais de equilíbrio da flexão resultaram idênticas às correspondentes para um elemento de seção sólida. No caso da torção, o problema consiste em resolver a equação (III.24.c) obtendo-se  $\phi(z)$ . Com este resultado pode-se obter  $B$  (eq. III.14.d),  $T_{SV}$  (eq. III.1) e  $T_\omega$  (eq. III.22) e daí as tensões provocadas por estes esforços.

#### III.4.6 - Centro de Cisalhamento

Seja a seção mostrada na fig. (III.13).  $B$ , de coordenadas  $b_x$  e  $b_y$  e  $O$ , situado sobre a linha média da parede são dois pontos quaisquer no plano desta seção. Definindo-se  $B$  como pólo, a diferencial de área setorial num ponto de coordenadas  $x$  e  $y$  é :

$$d\omega_B = h ds = \left[ (x-b_x) \cos \alpha + (y-b_y) \sin \alpha \right] ds \quad (\text{III.25})$$

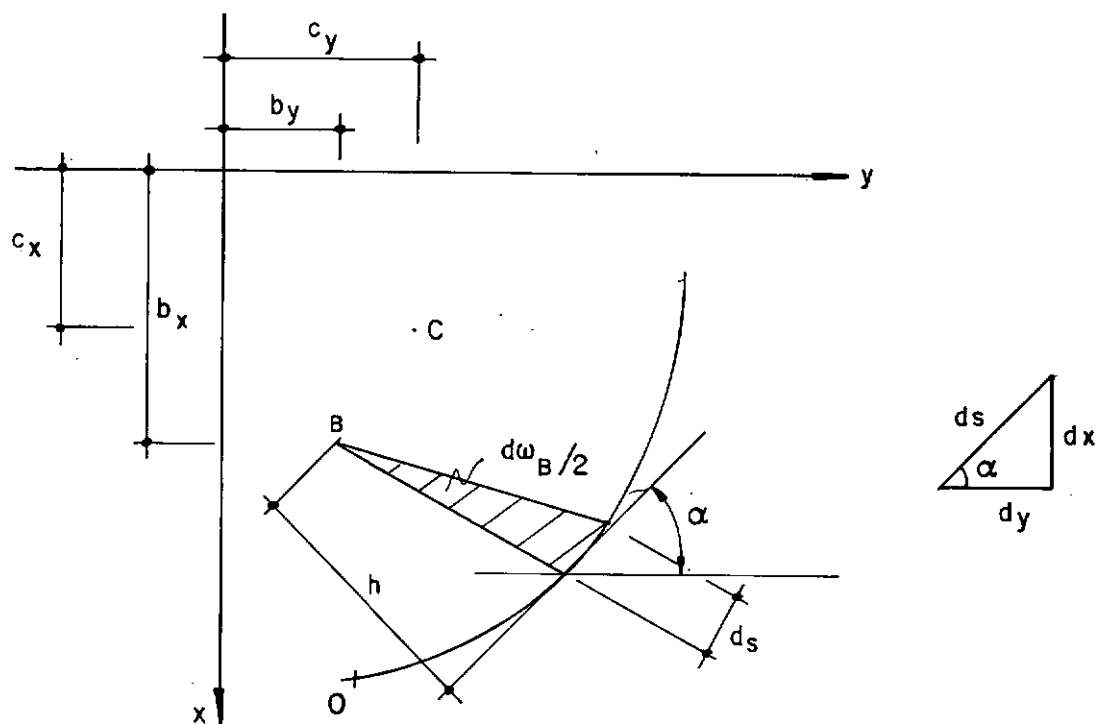


Fig. III.13 - Diferencial de área setorial.

Sendo  $\cos \alpha = \frac{dy}{ds}$  e  $\sin \alpha = -\frac{dx}{ds}$ , vem:

$$d\omega_B = (x-b_x)dy - (y-b_y)dx \quad (\text{III.26})$$

Identicamente, a diferencial de área setorial para o pólo num ponto C, de coordenadas  $c_x$  e  $c_y$  é:

$$d\omega_C = (x-c_x)dy - (y-c_y)dx \quad (\text{III.27})$$

A diferencial da diferença entre estas áreas setoriais é então

$$d(\omega_C - \omega_B) = (c_y - b_y)dx - (c_x - b_x)dy \quad (\text{III.28})$$

Integrando ambos os lados e explicitando  $\omega_C$ , vem:



$$\omega_C = \omega_B + (c_Y - b_Y)x - (c_X - b_X)y + k \quad (\text{III.29})$$

sendo  $k$  uma constante que depende da origem do sistema de coordenadas. Denotando  $x_0$  e  $y_0$  as coordenadas do ponto 0 e entrando com estes valores na equação (III.29) resulta (em 0,  $\omega_B = \omega_C = 0$ ) :

$$k = (c_X - b_X)y_0 - (c_Y - b_Y)x_0 \quad (\text{III.30})$$

de onde:

$$\omega_C = \omega_B + (c_Y - b_Y)(x - x_0) - (c_X - b_X)(y - y_0) \quad (\text{III.31})$$

A equação (III.31) representa uma relação entre as coordenadas setoriais de um ponto qualquer, medidas com os pólos B e C e com a mesma origem 0 .

Supondo-se então, que C seja o centro de cisalhamento, os produtos de inércia setorial são nulos:

$$I_{\omega X} = \int_A y \omega dA = 0 \quad (\text{III.32.a})$$

e

$$I_{\omega Y} = \int_A x \omega dA = 0 \quad (\text{III.32.b})$$

Da substituição da equação (III.31) nas equações acima e admitindo-se que o sistema de eixos passa pelo centróide da seção, resultam as coordenadas do centro de cisalhamento:

$$C_X = b_X + \frac{I_{\omega XB}}{I_X} \quad (\text{III.33.a})$$

e

$$C_Y = b_Y - \frac{I_{\omega YB}}{I_Y} \quad (\text{III.33.b})$$

em que  $I_{\omega x B}$  e  $I_{\omega y B}$  são os produtos de inércia setorial, em relação aos eixos  $x$  e  $y$  respectivamente, com o pólo definido no ponto  $B$  e origem no ponto  $O$ .

A origem principal pode ser obtida por procedimento semelhante. Seja então a seção da fig. (III.14) com  $C$  o centro de cisalhamento,  $O_1$  uma origem arbitrária e  $O_2$ , por hipótese, a origem principal.

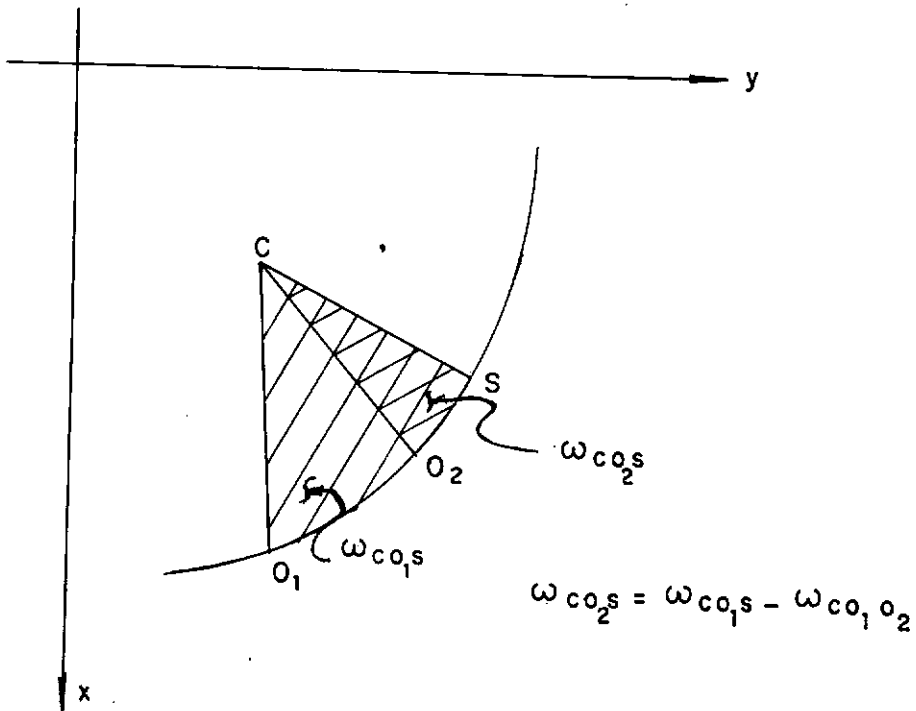


Fig. III. 14 - Coordenadas setoriais de um ponto  $S$  com origens diferentes.

A coordenada setorial de um ponto  $S$ , com origem  $O_2$  e pólo  $C$  é :

$$\omega_{CO_2S} = \omega_{CO_1S} - \omega_{CO_1O_2} \quad (\text{III.34})$$

Substituindo esta equação na expressão que anula o momento estático setorial vem:

$$S_{\omega} = \int_A (\omega_{C0_1} S - \omega_{C0_1} 0_2) dA = 0$$

de onde resulta,

$$\omega_{C0_1} 0_2 = \frac{\int_A \omega_{C0_1} S dA}{\int dA} = \frac{S_{\omega 0_1}}{A} \quad (\text{III.35})$$

A equação (III.35) define a coordenada setorial do ponto que é a origem principal, em função do momento estático setorial da seção obtido com o pólo C e origem  $0_1$ . As coordenadas setoriais principais ficam então definidas pela equação (III.34).

Sempre que possível, pode-se simplificar o trabalho matemático descrito acima, observando-se que o centro de cisalhamento de uma seção com um eixo de simetria, está situado sobre este eixo. Em consequência, se a seção possui dois eixos de simetria, o centro de cisalhamento se encontra na interseção destes eixos e portanto coincide com o centróide.

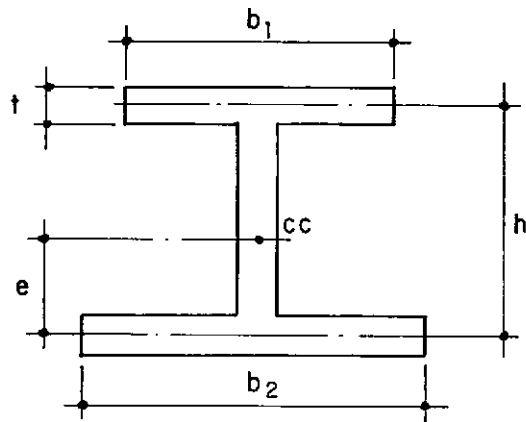
Fato curioso acontece com seções compostas de flanges retangulares se interceptando num único ponto (seções em cruz, T ou L), para as quais, o centro de cisalhamento coincide com este ponto de interseção. Percebe-se que nestes casos, não se pode definir algum ponto sobre a seção como origem para a definição das coordenadas setoriais. Resulta que o momento de inércia setorial  $I_{\omega}$  é nulo e estas seções não se empenam. Para todos os efeitos de análise estas deverão ser classificadas

como de seção sólida.

A tabela (III.2) apresenta as expressões para o cálculo do momento de inércia setorial e da posição do centro de cisalhamento, de algumas seções que comumente aparecem na prática.

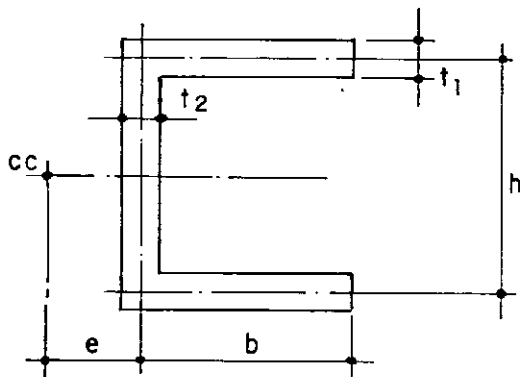
### III.5 - APLICAÇÃO ÀS ESTRUTURAS DE EDIFÍCIO

O que se viu neste capítulo tem aplicação imediata quando se tratar de um elemento isolado, com condições de contorno definidas. Surgem dificuldades matemáticas ao se tentar resolver uma estrutura reticulada hiperestática genérica, composta pela associação de elementos de seção aberta e paredes finas, através do método dos deslocamentos. Ou seja, como compatibilizar os deslocamentos devidos ao empenamento em um nó de uma estrutura reticulada espacial. Este problema no entanto, fica prontamente resolvido, quando para o nó convergir apenas dois elementos, cujos eixos estão situados sobre uma mesma linha reta, tal como uma viga contínua (fig. III.15). Neste caso, é natural que se considere o empenamento na seção mais à direita do elemento 1 (seção A), igual em módulo ao empenamento na seção mais à esquerda do elemento 2 (seção B), e assim sucessivamente para os demais nós desta estrutura.



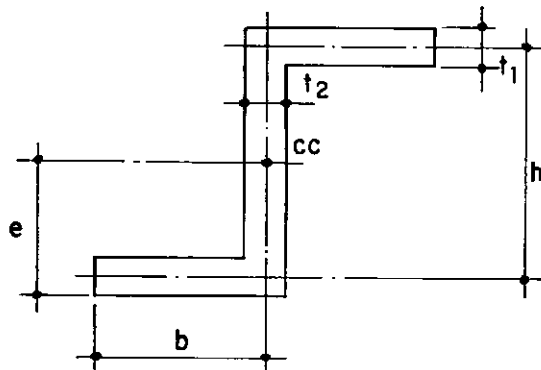
$$I_{\omega} = \frac{t h^2}{12} \left( \frac{b_1^3 - b_2^3}{b_1^3 + b_2^3} \right)$$

$$e = \frac{h b_2^3}{b_1^3 + b_2^3}$$



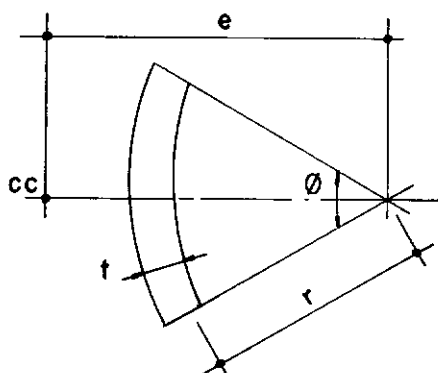
$$I_{\omega} = \frac{t_1 b^3 h^2}{12} \left( \frac{2 h t_2 + 3 b t_1}{h t_2 + 6 b t_1} \right)$$

$$e = \frac{3 t_1 b^2}{6 b t_1 + h t_2}$$



$$I_{\omega} = \frac{t_1 b^3 h^2}{12 (2b+h)^2} \left[ 2(b+h)^2 - b h \left( 2 - \frac{t_2}{t_1} \right) \right]$$

$$e = \frac{h}{2}$$



$$I_{\omega} = \frac{t r^5}{12} \left[ \theta^3 - \frac{6 e^2}{r^2} (\theta - \sin \theta) \right]$$

$$e = 2 r \left[ \frac{2 \sin(\theta/2) - \cos(\theta/2)}{\theta - \sin \theta} \right]$$

Tabela III.2 - Momento de inercia setorial e centro de cisalhamento para algumas seções.

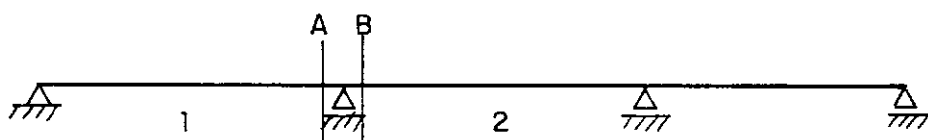


Fig. III. 15 - Seções A e B se empenam igualmente.

No caso de uma estrutura de edifício, deve-se tomar um procedimento semelhante - considerar-se-á o empenamento apenas nos pilares verticais de seção aberta. Admite-se então, que o empenamento na seção superior de um pilar situado em um determinado andar seja igual em módulo ao empenamento na seção inferior deste pilar porém situado no andar imediatamente superior. Caso alguma viga esteja conectada a um pilar com as características de seção aberta, esta terá uma participação indireta no empenamento deste pilar. Isto é, por imposição de continuidade do material, a seção extrema da viga estará com seus deslocamentos (deslocamento vertical e rotações) definidos de acordo com os deslocamentos sofridos pelo pilar em questão. Se a viga tiver seção aberta, o possível empenamento que nela surgir não será considerado. O mesmo raciocínio aplica-se aos pilares inclinados.

Computacionalmente considera-se os efeitos do empenamento introduzindo-se um grau de liberdade adicional ao ponto nodal definido pelo pilar vertical de seção aberta. Este grau

de liberdade é visualizado de imediato na equação (III.9). Nesta equação,  $W_0$  representa o grau de liberdade correspondente ao deslocamento vertical,  $du/dz$  e  $dv/dz$  representam os graus de liberdade correspondentes às rotações em torno dos eixos  $y$  e  $x$  respectivamente e  $d\phi/dz$  representa o grau de liberdade correspondente ao empenamento (fig. III.9).

Em suma, no presente trabalho só serão considerados os efeitos do empenamento, em pilares verticais de seção aberta com paredes finas, desprezando-se este efeito nas vigas e nos pilares inclinados. Este procedimento simplifica bastante o problema sem prejuízo à precisão da análise, visto que são os pilares verticais os maiores responsáveis pela resistência da estrutura à torção.

CAPÍTULO IVANÁLISE DOS ELEMENTOS ESTRUTURAISIV.1 - VIGASIV.1.1 - Sistema de Referência Local

A posição de cada viga dentro do andar a que pertence fica perfeitamente definida, conhecendo-se a numeração correspondente aos nós de suas extremidades. Arbitrando-se uma destas extremidades como sendo a inicial, fixa-se automaticamente a origem de um sistema de referência para esta viga. Tal sistema será denominado "sistema de referência local", e considerado triortogonal direto  $xyz$ . O eixo  $x$  passa pelas extremidades do elemento e o eixo  $z$  é vertical, de sentido ascendente, estando contido num plano de simetria da seção (figs. IV.1 e IV.3). Os esforços internos nas seções das extremidades da viga estarão relacionados a este sistema.

IV.1.2 - Graus de Liberdade

Para se definir os graus de liberdade (deslocabilidades possíveis) dos extremos de uma viga, considere-se que todas as ligações entre os elementos estruturais são consideradas, a princípio, como sendo rígidas, e que o movimento que uma laje executa como um corpo rígido, não induz esforços internos nas vigas nela situadas.



Deduz-se daí que os graus de liberdade de cada extremidade de viga estão relacionados somente com os deslocamentos independentes de nó. Quando medidos em relação ao sistema de referência local da viga em consideração, estes deslocamentos são as rotações nas direções  $x$  e  $y$  e a translação na direção vertical  $z$ , totalizando 6 graus de liberdade (fig. IV.1). Se alguma das extremidades da viga é um ponto nodal com 4 graus de liberdade (ligada a um pilar para o qual estão sendo considerados os efeitos do empenamento), a compatibilização desta diferença é feita através de uma matriz de transformação (item V.2.1).

Fisicamente o que acontece, é que esta extremidade sofre os mesmos deslocamentos (translação vertical e rotação) devidos ao empenamento, que os sofridos pelo ponto onde esta se liga ao pilar. Estes deslocamentos geram esforços internos na viga, esforços estes dos tipos representados na figura IV.1. Então, quando relacionados ao sistema de referência global, cada extremidade da viga poderá ter 4 graus de liberdade.

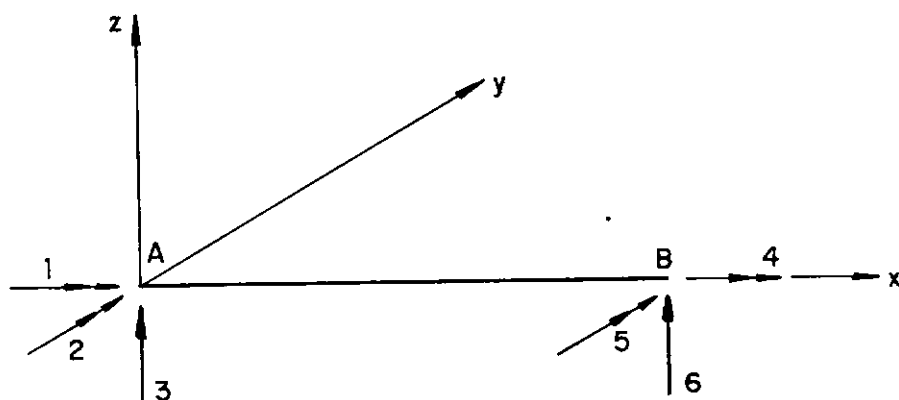


Fig. IV.1 - Graus de liberdade de uma viga no sistema de referência local.

#### IV.1.3 - Matriz de Rigidez

É sempre possível obter para um elemento longitudinal, qualquer que seja a forma de suas seções transversais e do carregamento sobre ele atuante, uma relação entre os esforços internos e os deslocamentos, correspondentes às direções dos graus de liberdade definidos nas suas extremidades. Para o caso de uma viga, esta relação pode ser posta sob a forma da seguinte equação matricial:

$$\underline{A}_{VL} = \underline{S}_{VL} \underline{D}_{VL} + \underline{A}_{EL} \quad (IV.1)$$

O índice L nesta equação indica que a mesma está relacionada ao sistema de referência local da viga.  $\underline{A}_{VL}$  representa os esforços de extremidade,  $\underline{D}_{VL}$  os deslocamentos correspondentes,  $\underline{A}_{EL}$  os esforços de engastamento perfeito e  $\underline{S}_{VL}$  a matriz de rigidez do elemento. Os esforços e deslocamentos são convencionados positivos quando vetorialmente apontam nas direções positivas dos eixos e, dentro da equação (IV.1) são dispostos sob a forma de vetores-coluna, cujos termos são numerados de acordo com a figura (IV.1). A matriz de rigidez  $\underline{S}_{VL}$  é quadrada, simétrica e de ordem 6 (6 graus de liberdade). Um termo  $s_{ij}$  desta matriz, definido para uma viga não carregada no seu interior, é numericamente igual ao esforço na direção i, quando impõe-se sobre a viga um deslocamento unitário na direção j e mantendo fixas todas as demais direções de deslocamento  $i \neq j$ .

A seguir serão reproduzidas as expressões para o cálculo das matrizes de rigidez dos tipos de vigas consideradas automaticamente na programação.

## IV.1.3.1 - VIGA DE EIXO RETO E SEÇÃO TRANSVERSAL CONSTANTE

$$S_{VL} = \begin{bmatrix} \frac{GI_x}{L} & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{L} & 0 & 0 \\ \frac{4+a_x}{1+a_x} \frac{EI_y}{L} & \frac{-6}{1+a_x} \frac{EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2-a_x}{1+a_x} \frac{EI_y}{L} & \frac{6}{1+a_x} \frac{EI_y}{L^2} \\ & \frac{12}{1+a_x} \frac{EI_y}{L^3} & 0 & \frac{-6}{1+a_x} \frac{EI_y}{L^2} & \frac{-12}{1+a_x} \frac{EI_y}{L^3} \\ & & \frac{GI_x}{L} & 0 & 0 \\ \text{simétrica} & & & \frac{4+a_x}{1+a_x} \frac{EI_y}{L} & \frac{6}{1+a_x} \frac{EI_y}{L^2} \\ & & & & \frac{12}{1+a_x} \frac{EI_y}{L^3} \end{bmatrix}$$

.... (IV.2)

sendo:

E - módulo de elasticidade longitudinal

G - módulo de elasticidade transversal

$I_x$  - momento de inércia à torção

$I_y$  - momento de inércia da seção em relação ao eixo y

L - comprimento elástico (vão livre) da viga

$$a_x = \frac{12 EI_y}{L^2 GA_x f}$$

$A_x$  - área da seção transversal

$f$  - fator de forma para consideração das deformações do esforço cortante ( $f \leq 1$ )

#### IV.1.3.2 - VIGA DE EIXO RETO COM MÍSLAS RETAS VERTICAIS

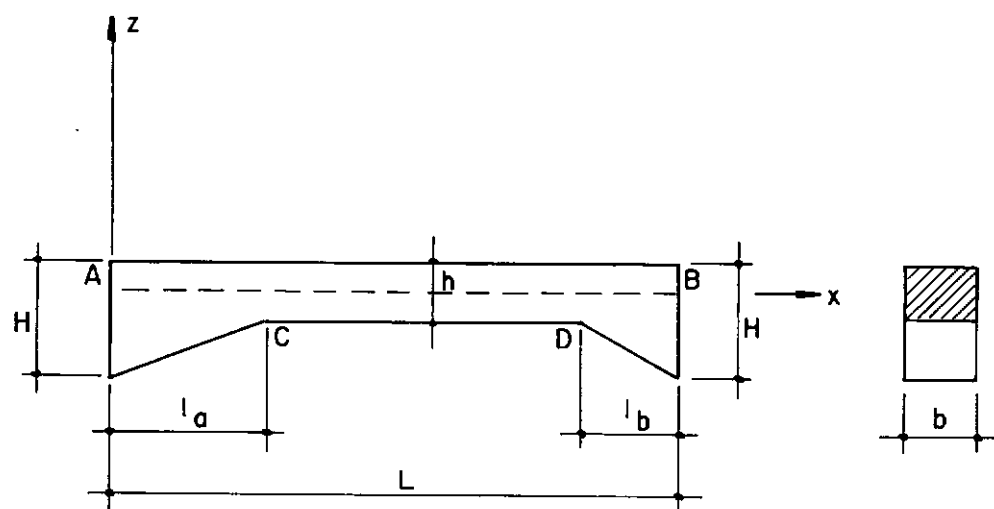


Fig. IV. 2 - Viga de eixo reto com mísulas retas verticais.

A expressão analítica da matriz de rigidez (9) de uma viga com as características indicadas na figura (IV.2) é a seguinte:

$$\begin{aligned}
 \underline{S}_{VL} = & \left[ \begin{array}{cccccc}
 \frac{GI_x}{L} F_{11} & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{L} F_{14} & 0 & 0 \\
 & \frac{4EI_y}{L} F_{22} & \frac{-6EI_y}{L^2} F_{23} & 0 & \frac{2EI_y}{L} F_{25} & \frac{6EI_x}{L^2} F_{26} \\
 & & \frac{12EI_y}{L^3} F_{33} & 0 & \frac{-6EI_y}{L^2} F_{35} & \frac{-12EI_y}{L^3} F_{36} \\
 & & & \frac{GI_x}{L} F_{44} & 0 & 0 \\
 & \text{simétrica} & & & \frac{4EI_y}{L} F_{55} & \frac{6EI_y}{L^2} F_{56} \\
 & & & & & \frac{12EI_y}{L^3} F_{66}
 \end{array} \right] \quad (IV.3)
 \end{aligned}$$

Os termos  $E, G, L, I_x$  e  $I_y$  foram definidos anteriormente, sendo os dois últimos referentes à seção transversal do trecho CD da figura (IV.2). Os demais parâmetros são os seguintes:

$$\begin{aligned}
 F_{11} = F_{14} = F_{44} &= \frac{1}{C_{44}} & F_{55} &= \frac{3C_{22}}{C_a} \\
 F_{22} &= \frac{3C_{55}}{C_a} & F_{35} = F_{56} &= \frac{C_{25} + 2C_{22}}{C_a} \\
 F_{25} &= \frac{3C_{25}}{C_a} & F_{33} = F_{36} = F_{66} &= \frac{C_{22} + C_{25} + C_{55}}{C_a} \\
 F_{26} = F_{23} &= \frac{C_{25} + 2C_{55}}{C_a} & C_a &= 4 C_{22} C_{55} - C_{25}^2
 \end{aligned}$$

$$\lambda_a = \frac{\ell_a}{L}$$

$$\lambda_b = \frac{\ell_b}{L}$$

$$C_{22} = 1 - 3\lambda_a(1-k_1) + 3\lambda_a^2(1-2k_1+2k_2) - (\lambda_a^3+\lambda_b^3)(1-3k_1+6k_2-3k_3)$$

$$C_{25} = 1 - 3(\lambda_a^2+\lambda_b^2)(1-2k_1+2k_2) + 2(\lambda_a^3+\lambda_b^3)(1-3k_1+6k_2-3k_3)$$

$$C_{55} = 1 - 3\lambda_b(1-k_1)+3\lambda_b^2(1-2k_1+2k_2)-(\lambda_a^3+\lambda_b^3)(1-3k_1+6k_2-3k_3)$$

$$C_{44} = 1 - (\lambda_a+\lambda_b)(1-k_4)$$

$$k_1 = \frac{c+2}{2(c+1)^2}$$

$$k_2 = \frac{1}{2(c+1)^2}$$

$$k_3 = \left[ \log(c+1) - \frac{c(3c+2)}{2(c+1)^2} \right] \frac{1}{c^3}$$

$$k_4 = \frac{1}{g} \log(1+g)$$

$$c = \frac{H-h}{h}$$

$$g = \frac{H-h}{h-0,63b}$$

com os termos  $H, h, b, \ell_a$  e  $\ell_b$  definidos na figura (IV.2).

## IV.1.3.3 - VIGA DE EIXO CIRCULAR E SEÇÃO TRANSVERSAL CONSTANTE

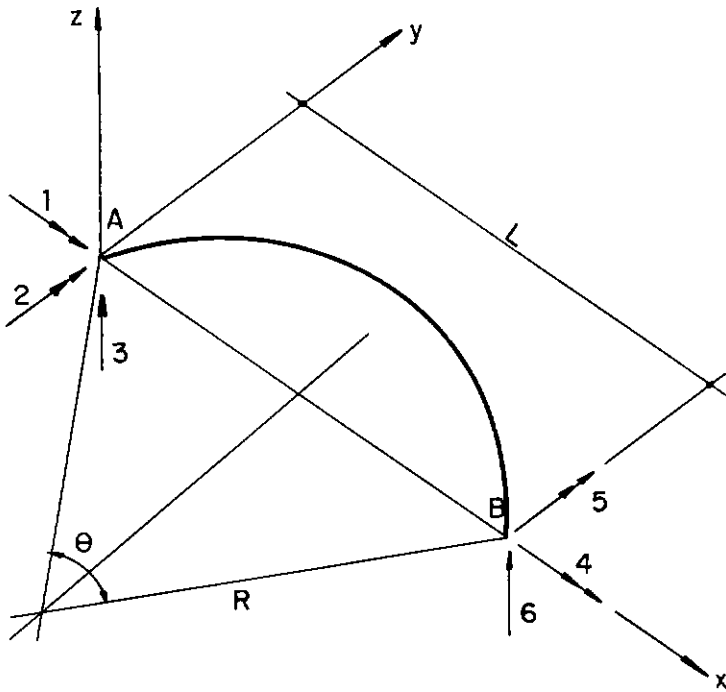


Fig. IV.3 — Viga de eixo circular — eixos locais, graus de liberdade e angulo central.

Segundo consta na referência (7), é difícil estabelecer-se a expressão analítica da matriz de rigidez de um elemento de eixo circular. Neste caso é preferível obter-se inicialmente a matriz de flexibilidade de um dos extremos da viga, para que a partir desta se consiga, por inversão, a matriz de rigidez correspondente a esta extremidade. A matriz de rigidez na sua forma completa é então obtida por equilíbrio e simetria.

Para ilustrar o processo acima,  $F_{VLbb}$  designa a matriz de flexibilidade (suposta conhecida) da extremidade final

da viga (ponto B - fig. IV.3), ou seja,

$$\underline{F}_{VLbb} = \begin{bmatrix} F_{VL44} & F_{VL45} & F_{VL46} \\ F_{VL54} & F_{VL55} & F_{VL56} \\ F_{VL64} & F_{VL65} & F_{VL66} \end{bmatrix} \quad (IV.4)$$

Por sua vez, a matriz de rigidez da viga, na sua forma completa, pode ser subdividida nas seguintes submatrizes:

$$\underline{S}_{VL} = \begin{bmatrix} \underline{S}_{VLaa} & \underline{S}_{VLab} \\ \underline{S}_{VLba} & \underline{S}_{VLbb} \end{bmatrix} \quad (IV.5)$$

Nesta divisão reconhece-se  $\underline{S}_{VLbb}$  como a submatriz correspondente à extremidade B, inversa portanto de  $\underline{F}_{VLbb}$ . Mais especificamente,

$$\underline{S}_{VLbb} = \underline{F}_{VLbb}^{-1} = \begin{bmatrix} S_{VL44} & S_{VL45} & S_{VL46} \\ S_{VL54} & S_{VL55} & S_{VL56} \\ S_{VL64} & S_{VL65} & S_{VL66} \end{bmatrix} \quad (IV.6)$$

Na figura (IV.4) representa-se os esforços nas extremidades A e B da viga quando impõe-se um deslocamento unitário na direção 4 e mantendo-se nulos todos os demais deslocamentos ( $i \neq 4$ ). Estes esforços (são coeficientes de rigidez) constituem a quarta coluna da matriz de rigidez da viga. Como os esforços na extremidade B são agora conhecidos (eq.IV.6), aqueles correspondentes à extremidade A, parte integrante de  $\underline{S}_{VLab}$ , podem ser obtidos por equilíbrio estático, ou seja,



$$S_{VL14} = - S_{VL44}$$

$$S_{VL24} = L \cdot S_{VL64} - S_{VL54} \quad (IV.7)$$

$$S_{VL34} = - S_{VL64}$$

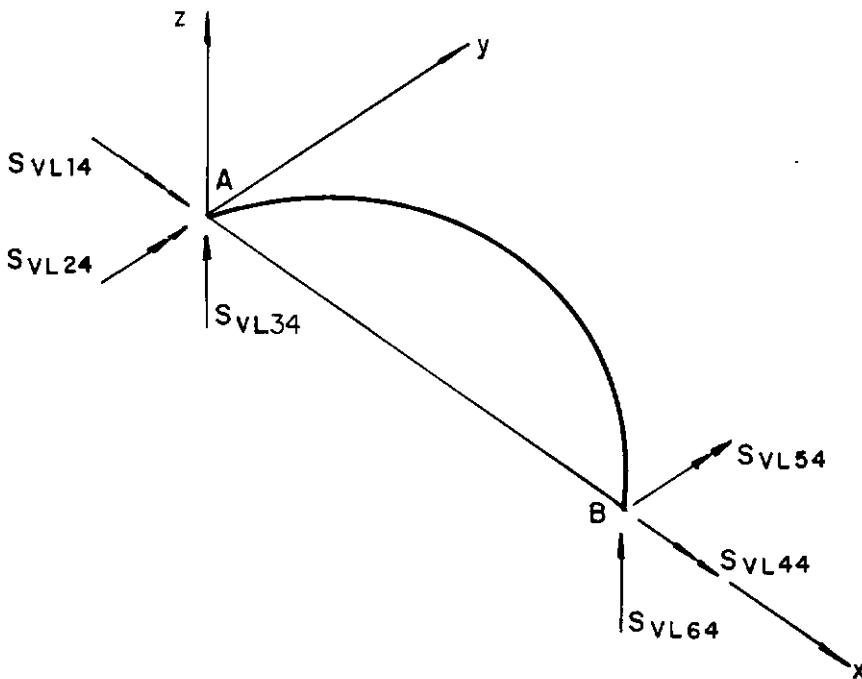


Fig. IV. 4 - Esforços de extremidade para um deslocamento unitário na direção 4, mantendo os demais nulos.

Repetindo o raciocínio anterior para as direções 5 e 6 obtém-se o restante de  $\tilde{S}_{VLab}$ , após o que a submatriz  $\tilde{S}_{VLba}$  fica determinada pela condição de simetria da matriz de rigidez

$$\tilde{S}_{VLba} = {}^t \tilde{S}_{VLab} \quad (IV.8)$$

Num passo seguinte, de maneira semelhante ao mostrado na figura (IV.4), define-se  $\tilde{S}_{VLaa}$  por condições de equilí-

brío.

Os coeficientes de flexibilidade (eq. IV.4), a partir dos quais pode-se obter a matriz de rigidez de uma viga de eixo circular, foram obtidos da referência (9) e estão transcritos a baixo:

$$F_{VL44} = \frac{R}{GI_x} C_1 + \frac{R}{EI_y} C_2$$

$$F_{VL45} = F_{VL54} = 0$$

$$F_{VL46} = F_{VL64} = -\frac{R^2}{GI_x} \left[ 2 \sin(\theta/2) - C_1 \cos(\theta/2) \right] + \frac{R^2}{EI_y} C_2 \cos(\theta/2)$$

$$F_{VL55} = \frac{R}{GI_x} C_2 + \frac{R}{EI_y} C_1$$

$$F_{VL56} = F_{VL65} = -R \sin(\theta/2) F_{VL55}$$

$$F_{VL66} = \frac{R^3}{GI_x} \left[ \theta + C_1 \cos^2(\theta/2) + C_2 \sin^2(\theta/2) - 4 \sin(\theta/2) \cos(\theta/2) \right] + \frac{R^3}{EI_y} \left[ C_1 \sin^2(\theta/2) + C_2 \cos^2(\theta/2) \right]$$

$$C_1 = (\theta/2 + \frac{\sin \theta}{2})$$

$$C_2 = \theta/2 - \frac{\sin \theta}{2}$$

#### IV.1.3.4 - VIGAS ESPECIAIS

Conforme foi definido no item II.6, vigas especiais são aquelas que, ou não se enquadram dentro das acima especificadas ou que possuam liberações em suas extremidades. Estas vigas poderão ser incorporadas na análise pelos procedimentos especificados abaixo:

- Conhecendo-se a matriz de flexibilidade da extremidade final

da viga, pode-se obter sua matriz de rigidez por processo idêntico ao descrito no item anterior (equações IV.4 a IV.8). Neste caso, no entanto, a viga não poderá ter articulações em suas extremidades.

- Fornecendo-se diretamente a matriz de rigidez na sua forma completa, pode-se analisar vigas de qualquer forma de seção transversal, com ou sem articulações em suas extremidades. Quando tal articulação existe, os coeficientes da linha e da coluna correspondentes a esta direção serão nulos e os demais termos modificados de modo a considerar este fato.

Pelo exposto acima, verifica-se que não existe restrição no que diz respeito aos tipos de vigas possíveis de serem analisadas.

#### IV.1.4 - Esforços de Engastamento Perfeito

O cálculo dos esforços de engastamento perfeito é necessário, em uma primeira etapa da análise da estrutura, para que a partir destes possa-se obter as cargas nodais equivalentes e então, os vetores de carregamento. Posteriormente estes mesmos esforços constituirão uma parcela dos esforços de extremidade da viga (eq. IV.1).

A seguir serão apresentadas as expressões para o cálculo dos esforços de engastamento perfeito, para os tipos de vigas citadas anteriormente e para os casos de carregamento que mais comumente ocorrem na prática. Convenciona-se como positivas as cargas verticais que atuam no sentido contrário do eixo

z (cargas permanentes e acidentais devidas à gravidade). Os esforços de engastamento perfeito são positivos, nas direções positivas dos eixos locais (fig. IV.5).

O problema que surge quando sobre a viga estiver atuando um carregamento diferente dos relacionados abaixo, pode ser contornado simplificando o referido carregamento de forma tal que este se ajuste àqueles cujos esforços de engastamento perfeito são calculados automaticamente. Por exemplo, pode-se simular um carregamento distribuído segundo uma lei qualquer por uma série de cargas concentradas. Para fins de ordem prática, este procedimento é suficientemente preciso.

#### IV.1.4.1 - VIGA DE EIXO RETO E SEÇÃO TRANSVERSAL CONSTANTE

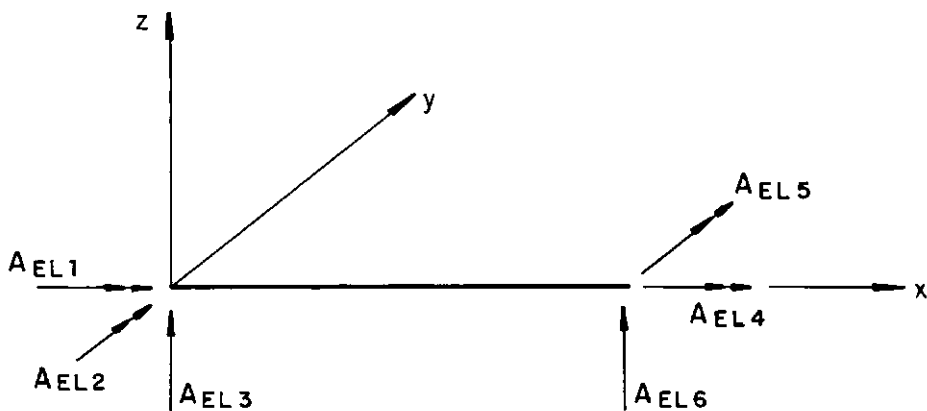
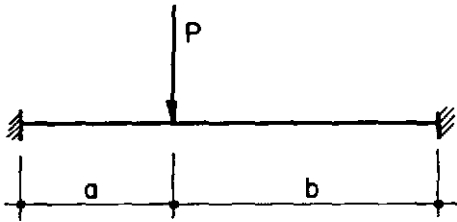
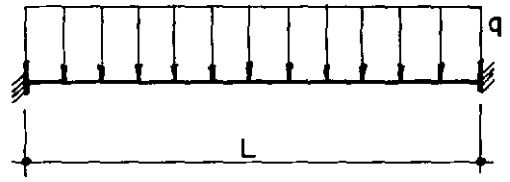


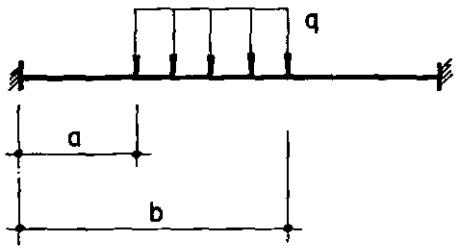
Fig. IV. 5a - Esforços de engastamento perfeito.



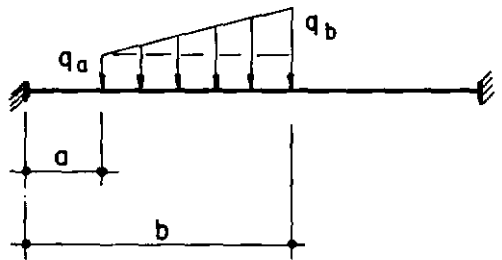
b) Carga concentrada



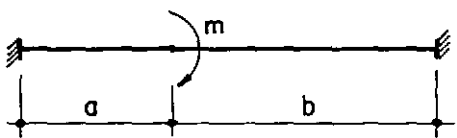
c) Carga distribuida total



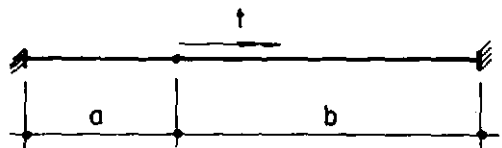
d) Carga distribuida parcial



e) Carga trapezoidal



f) Carga momento fletor



g) Carga momento de torção

Fig.IV.5 - Cargas sobre vigas de eixo reto e seção transversal constante.

Carga Concentrada (fig. IV.5.b)

$$A_{EL1} = A_{EL4} = 0 \quad A_{EL3} = \frac{Pb}{L} \left[ 1 + \frac{a(b-a)}{L^2(1+a_x)} \right]$$

$$A_{EL2} = \left( \frac{Pb^2}{L} - A_{EL3}L \right) / 2$$

$$A_{EL5} = Pb - A_{EL2} - A_{EL3}L$$

$$A_{EL6} = P - A_{EL3}$$

Carga Distribuida Total (fig. IV.5.c)

$$A_{EL1} = A_{EL4} = 0$$

$$A_{EL3} = A_{EL6} = \frac{qL}{2}$$

$$A_{EL2} = \frac{qL^2}{12}$$

$$A_{EL5} = -A_{EL2}$$

Carga Distribuida Parcial (fig. IV.5.d)

$$c = (b-a)/2$$

$$A_{EL1} = A_{EL4} = 0$$

$$A_{EL3} = \frac{2qc}{L} \left[ (L-c-a) + \frac{[c^2 - (a+c)(L-c-a)]}{L^2(1+a_x)} (2a+2c-L) \right]$$

$$A_{EL4} = \frac{qc}{L} \left[ \frac{c^2}{3} + (L-c-a)^2 \right] - \frac{A_{EL3}L}{2} \quad A_{EL6} = 2qc - A_{EL3}$$

$$A_{EL5} = A_{EL6}(L-c-a) - A_{EL3}(a+c) - A_{EL2}$$

## Carga Trapezoidal (fig. IV.5.e)

Os esforços de engastamento perfeito deste tipo de carregamento poderão ser obtidos superpondo os esforços devidos a um carregamento triangular ( $q = q_b - q_a$ ) com os devidos a um carregamento distribuído parcial ( $q = q_a$ ). As equações abaixo correspondem então, somente à parte triangular do carregamento.

$$c = \frac{b-a}{3}$$

$$A_{EL1} = A_{EL4} = 0$$

$$A_{EL3} = \frac{3qc}{2L} \left[ (L-a-2c) + \frac{[3c^2 - 2(a+2c)(L-a-2c)] (2a+4c-L) - 0,8c^3}{2L^2(1+a_x)} \right]$$

$$A_{EL2} = \frac{3qc}{8L} [c^2 + 2(L-a-2c)^2] - \frac{A_{EL3}L}{2}$$

$$A_{EL6} = \frac{3}{2} qc - A_{EL3}$$

$$A_{EL5} = A_{EL6}(L-a-2c) - A_{EL3}(a+2c) - A_{EL2}$$

## Carga Momento Fletor (fig. IV.5.f)

$$A_{EL1} = A_{EL4} = 0$$

$$A_{EL2} = -\frac{bm}{L} - \frac{A_{EL3}L}{2}$$

$$A_{EL3} = -\frac{6mab}{L^3(1+a_x)}$$

$$A_{EL5} = -m - A_{EL2} - A_{EL3}L$$

$$A_{EL6} = -A_{EL3}$$

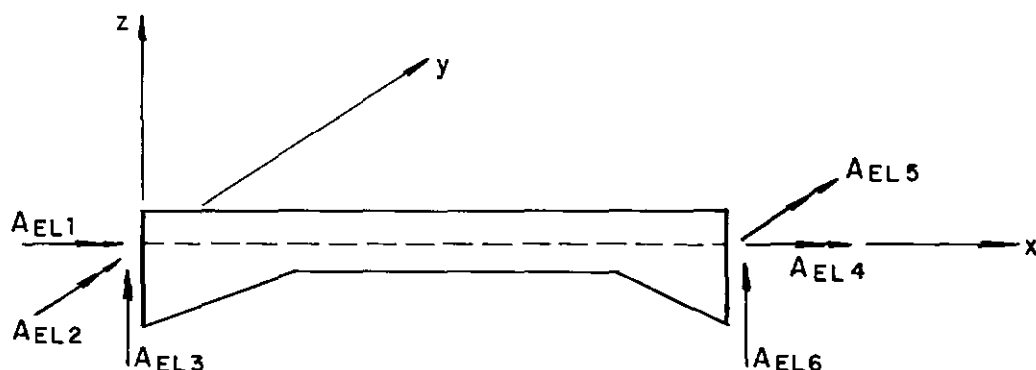
Carga Momento de Torção (fig. IV.5.g)

$$A_{EL1} = -\frac{tb}{L} \quad A_{EL4} = -\frac{ta}{L}$$

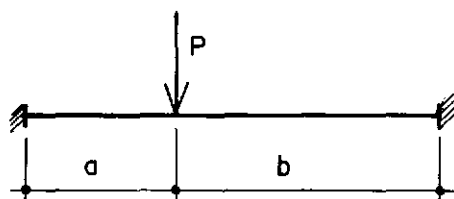
$$A_{EL2} = A_{EL3} = A_{EL5} = A_{EL6} = 0$$

Para as expressões acima,  $a_x$  foi definido em (IV.1.3.1).

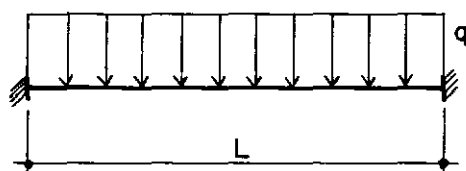
#### IV.1.4.2 - VIGA DE EIXO RETO COM MÍSLAS RETAS VERTICAIS



a) Esforços de engastamento perfeito.



b) Carga concentrada



c) Carga distribuida total

Fig. IV. 6 - Cargas sobre vigas de eixo reto com mísulas retas.



Carga Concentrada (fig. IV.6.b)

$$A_{EL1} = A_{EL4} = 0$$

$$A_{EL2} = S_{VL25'} \Delta_1 - S_{VL23'} \Delta_2$$

$$A_{EL3} = S_{VL35'} \Delta_1 - S_{VL33'} \Delta_2$$

$$A_{EL5} = S_{VL25''} \Delta_1 + S_{VL35''} \Delta_2$$

$$A_{EL6} = -S_{VL23''} \Delta_1 - S_{VL33''} \Delta_2$$

sendo:

$$\Delta_1 = - \frac{PS_b}{S_a S_c - S_b^2} \quad \Delta_2 = \frac{PS_a}{S_a S_c - S_b^2}$$

$$S_a = S_{VL55'} + S_{VL22''}$$

$$S_b = -S_{VL35'} + S_{VL23''}$$

$$S_c = S_{VL33'} + S_{VL33''}$$

Nas definições acima, os termos indicados com plicas são os correspondentes à matriz de rigidez do elemento (eq.IV.3), definida com as seguintes modificações:

- Para os termos com uma plica (parâmetros à esquerda do ponto de aplicação da carga),

$$\lambda_a = \frac{\ell_a}{a} \quad \lambda_b = 0 \quad L = a$$

- Para os termos com duas plicas (parâmetros à direita do ponto de aplicação da carga),

$$\lambda_a = 0 \quad \lambda_b = \frac{\ell_b}{b} \quad L = b$$

Carga Distribuída Total (fig. IV.6.c)

$$A_{EL1} = A_{EL4} = 0$$

$$A_{EL2} = -\frac{qL^2}{12} G_2 \quad A_{EL5} = \frac{qL^2}{12} G_5$$

$$A_{EL3} = -\left(A_{EL2} + A_{EL5} - \frac{qL^2}{2}\right) / L \quad A_{EL6} = -A_{EL3} + qL$$

onde:

$$G_2 = \frac{6 C_{55} B_2 - 3 C_{25} B_5}{4 C_{22} C_{55} - C_{25}^2} \quad G_5 = \frac{6 C_{22} B_5 - 3 C_{25} B_2}{4 C_{22} C_{55} - C_{25}^2}$$

$$\lambda_a = \frac{\ell_a}{L} \quad \lambda_b = \frac{\ell_b}{L}$$

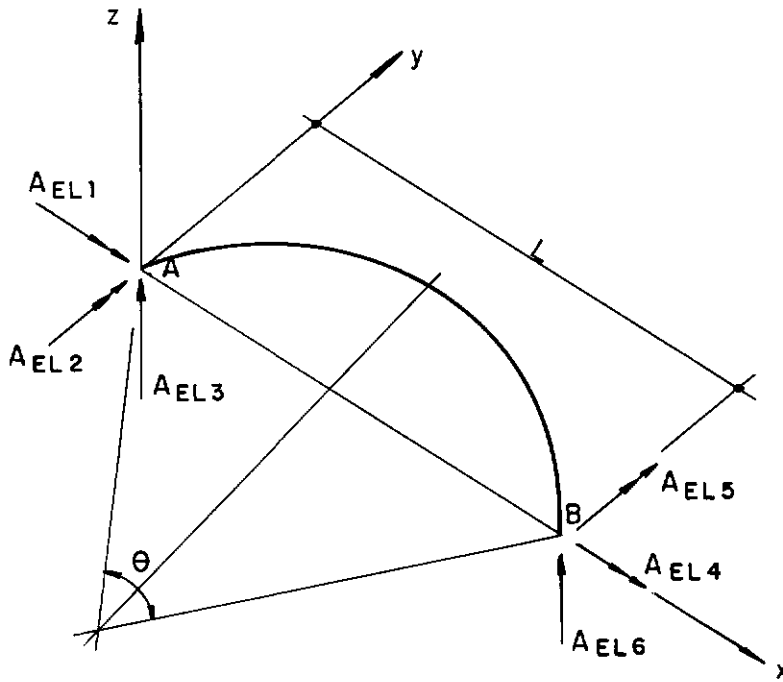
$$B_2 = 1 - 6\lambda_a^2(1-2k_1+2k_2) + 8\lambda_a^3(1-3k_1+6k_2-3k_3) - 3(\lambda_a^4 - \lambda_b^4)(1-4k_1+12k_2-12k_3+4k_4) - 4\lambda_b^3(1-3k_1+6k_2-3k_3)$$

$$B_5 = 1 - 6\lambda_b^2(1-2k_1+2k_2) + 8\lambda_b^3(1-3k_1+6k_2-3k_3) - 3(\lambda_b^4 - \lambda_a^4)(1-4k_1+12k_2-12k_3+4k_4) - 4\lambda_a^3(1-3k_1+6k_2-3k_3)$$

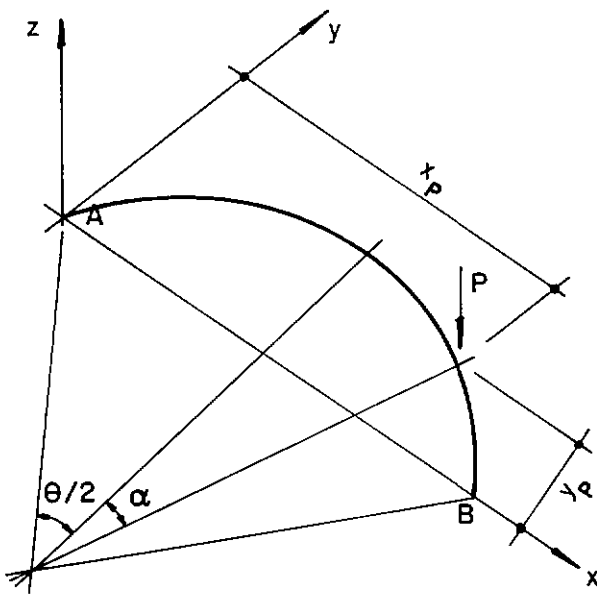
$$k_4 = \frac{1}{c^4} \left[ -3 \log(c+1) + \frac{c(6+9c+c^2)}{2(c+1)^2} \right]$$

Os demais termos foram definidos no item (IV.1.3.2).

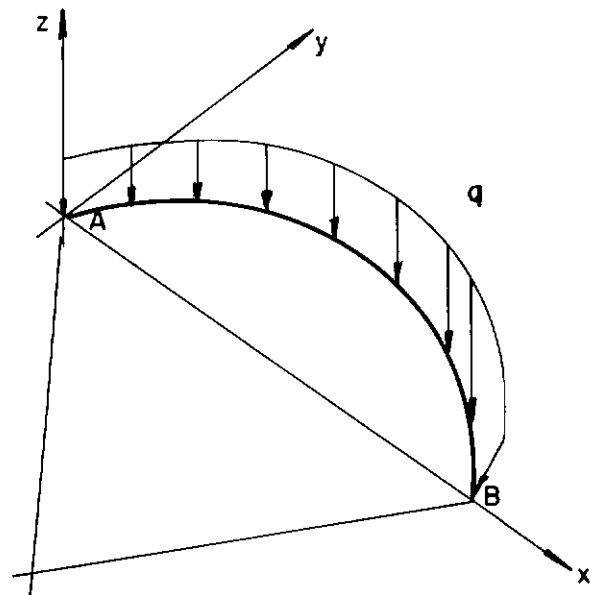
## IV.1.4.3 - VIGA DE EIXO CIRCULAR E SEÇÃO TRANSVERSAL CONSTANTE



a) Esforços de engastamento perfeito.



b) Carga concentrada.



c) Carga distribuída.

Fig. IV.7 — Cargas sobre vigas de eixo circular.

De modo idêntico ao salientado em (IV.1.3.3), quando da obtenção da matriz de rigidez, não são apresentadas expressões analíticas para o cálculo dos esforços de engastamento perfeito para este tipo de viga. O problema consistirá em resolver a viga das figuras (IV.7.b) e (IV.7.c) pelo método da flexibilidade, adotando-se como sistema principal esta mesma viga, mas com a extremidade B livre e obtendo-se conseqüentemente os esforços reativos.

As equações de compatibilidade de deslocamentos correspondentes à extremidade B, quando postas sob a forma matricial tomam o seguinte aspecto:

$$\underline{D}_{VLb} + \underline{F}_{VLbb} \underline{A}_{ELb} = \underline{0} \quad (IV.9)$$

$\underline{D}_{VLb}$  é o vetor-coluna dos deslocamentos da extremidade B no sistema principal, quando sobre este atuam as cargas externas,  $\underline{F}_{VLbb}$  é a matriz de flexibilidade e  $\underline{A}_{ELb}$  os esforços reativos correspondentes.

Como  $\underline{F}_{VLbb} = \underline{S}_{VLbb}^{-1}$ , tem-se:

$$\underline{S}_{VLbb}^{-1} \underline{A}_{ELb} = - \underline{D}_{VLb} \quad (IV.10)$$

Pré-multiplicando ambos os lados por  $\underline{S}_{VLbb}$ , resulta:

$$\underline{A}_{ELb} = - \underline{S}_{VLbb} \underline{D}_{VLb} \quad (IV.11)$$

ou, na forma expandida:

$$\begin{Bmatrix} A_{EL4} \\ A_{EL5} \\ A_{EL6} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} S_{VL44} & S_{VL45} & S_{VL46} \\ S_{VL54} & S_{VL55} & S_{VL56} \\ S_{VL64} & S_{VL65} & S_{VL66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} D_{VL4} \\ D_{VL5} \\ D_{VL6} \end{Bmatrix}$$

Obtidos os esforços na extremidade B (eq. IV.11), a aqueles correspondentes à extremidade A são obtidos por equilí  
brio.

As expressões para o cálculo de  $D_{VLb}$ , para os ca -  
sos de carga concentrada e carga distribuída total, estão trans  
critos abaixo (ref. (9)).

Carga Concentrada (fig. IV.7.b)

$$a = (\text{sen}^2(\theta/2) - \text{sen}^2\alpha) \frac{\text{sen } \alpha}{2}$$

$$b = (\text{sen}^2(\theta/2) - \text{sen}^2\alpha) \frac{\cos \alpha}{2}$$

$$c = \text{sen}(\theta/2)\cos(\theta/2) - \text{sen } \alpha \cos \alpha + \alpha - \theta/2$$

$$d = \text{sen}(\theta/2)\cos(\theta/2) - \text{sen } \alpha \cos \alpha + \theta/2 - \alpha$$

$$D_{VL4} = - \frac{PR^2}{GI_x} \left[ a + d \frac{\cos \alpha}{2} + \text{sen } \alpha - \text{sen}(\theta/2) \right] + \\ + \frac{PR^2}{EI_y} \left[ a + c \frac{\cos \alpha}{2} \right]$$

$$D_{VL5} = \frac{PR^2}{GI_x} \left[ c \frac{\sin \alpha}{2} - b - \cos(\theta/2) + \cos \alpha \right] + \frac{PR^2}{EI_y} \left[ d \frac{\sin \alpha}{2} - b \right]$$

$$D_{VL6} = \frac{PR^3}{GI_x} \left\{ \sin\left(\frac{\theta}{2} - \alpha\right) + \left(\alpha - \frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ a + c \frac{\cos \alpha}{2} + \sin \alpha - \right. \right. \\ \left. \left. - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \left(\alpha - \frac{\theta}{2}\right) \cos \alpha \right] + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ -c \frac{\sin \alpha}{2} + b + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \cos \alpha \right] \right\} + \\ + \frac{PR^3}{EI_y} \left\{ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ d \frac{\sin \alpha}{2} - b \right] + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ a + c \frac{\cos \alpha}{2} \right] \right\}$$

As ações correspondentes à extremidade inicial são obtidas por equilíbrio:

$$A_{EL1} = P y_p - A_{EL4}$$

$$A_{EL2} = L A_{EL6} - P x_p - A_{EL5}$$

$$A_{EL3} = P - A_{EL6}$$

Os ângulos  $\alpha$  e  $\theta$  estão indicados na fig. (IV.7.b).

Carga Distribuída Total (fig. IV.7.c)

$$D_{VL4} = \left( \frac{qR^3}{GI_x} - \frac{qR^3}{EI_y} \right) \left( \frac{\theta}{2} - \frac{\sin \theta}{2} \right) \sin \left( \frac{\theta}{2} \right)$$

$$D_{VL5} = \frac{qR^3}{GI_x} \left[ 2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \left(\frac{\theta}{2} - \frac{\sin \theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \theta \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] + \\ + \frac{qR^3}{EI_y} \left[ 2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \left(\frac{\theta}{2} + \frac{\sin \theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]$$

$$D_{VL6} = - \frac{qR^4}{GI_x} \left( \frac{\theta^2}{2} - \theta \sin \theta + \frac{\sin^2 \theta}{2} \right) - \frac{qR^4}{EI_y} \left( 2 \sin^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) - \frac{\sin^2 \theta}{2} \right)$$

Os esforços na extremidade A são:

$$A_{EL1} = q R \theta y_g$$

$$A_{EL2} = L A_{EL6} - A_{EL5} - \frac{q R \theta L}{2}$$

$$A_{EL3} = q R \theta - A_{EL6}$$

#### IV.1.4.4 - VIGAS ESPECIAIS

Os esforços de engastamento perfeito para as vigas especiais devem ser calculados à parte e fornecidos como dados de entrada na programação. Se a viga tem alguma articulação, o esforço correspondente a esta direção deve ser nulo e os demais modificados de acordo com este fato.

### IV.2 - PILARES

#### IV.2.1 - Sistema de Referência Local

De maneira idêntica ao estabelecido para as vigas, é necessário adotar-se um sistema de referência local para cada elemento pilar. Considera-se que os eixos que constituem este sistema formam um triedro direto, com sua origem na extremidade inferior do pilar e com os eixos  $x$  e  $y$  paralelos aos eixos principais de inércia da seção transversal. Consequentemente o eixo  $z$  é longitudinal e coincide com o eixo do elemento (figs. IV.8.a e IV.8.b). Conforme já mencionado em

(III.3.3), independentemente do pilar ser de seção sólida ou seção aberta, seu eixo fica definido pelo centro de cisalhamento da seção transversal.

#### IV.2.2 - Graus de Liberdade

Em relação ao sistema de referência local, um pilar poderá sofrer todas as deslocabilidades possíveis de um elemento de pórtico espacial. Sendo assim, um pilar de seção sólida terá 12 graus de liberdade e um de seção aberta 14 graus de liberdade. Para ambos os casos, as figuras (IV.8.a) e (IV.8.b) esclarecem que, numa situação mais geral, o centro de cisalhamento (CC) pode não coincidir com o centróide da seção (CG). Os momentos fletores, juntamente com o esforço normal, são representados por vetores cujas linhas de ação passam pelo centróide, enquanto que as resultantes dos demais esforços passam pelo centro de cisalhamento.



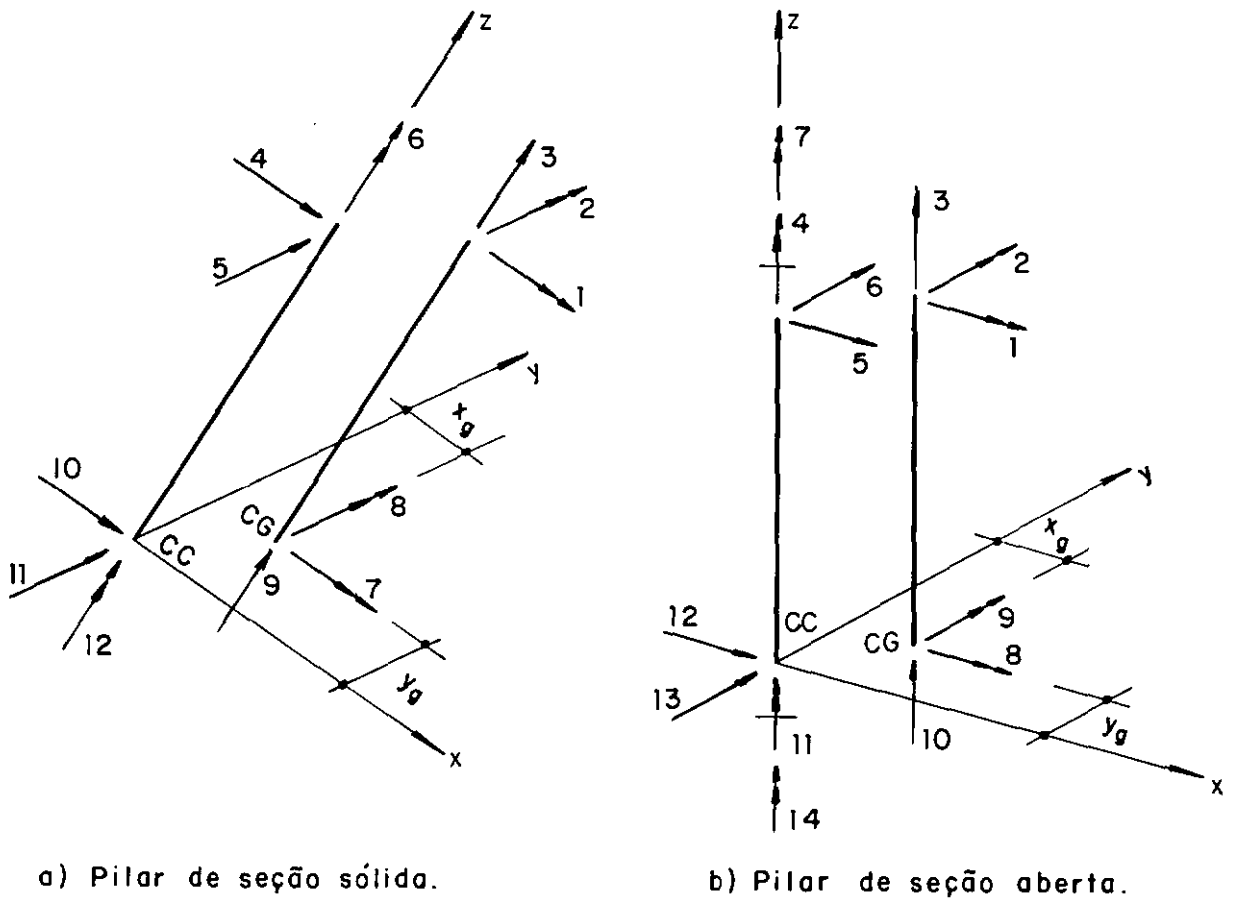


Fig. IV.8 - Graus de liberdade de pilares no sistema de eixos locais.

#### IV.2.3 - Matriz de Rigidez

A expressão que relaciona os esforços de extremidade e os deslocamentos correspondentes, para um elemento pilar com carga no seu interior, tem uma forma matricial semelhante à equação (IV.1).

$$\underline{A}_{PL} = \underline{S}_{PL} \underline{D}_{PL} + \underline{A}_{EPL} \quad (IV.12)$$

$\underline{A}_{PL}$  representa os esforços de extremidade nas direções dos graus de liberdade indicados nas figuras (IV.8.a) e

(IV.8.b), cujos termos estão dispostos num vetor-coluna e numerados de acordo com estas figuras.  $\underline{D}_{PL}$  e  $\underline{A}_{EPL}$  representam os deslocamentos e esforços de engastamento correspondentes, respectivamente, e  $\underline{S}_{PL}$  a matriz de rigidez do pilar. Para o caso de um pilar de seção sólida esta matriz é simétrica e de ordem 12 e para um pilar de seção aberta, simétrica e de ordem 14.

Com respeito aos esforços de engastamento perfeito, cumpre informar de imediato que no presente trabalho não são considerados pilares carregados lateralmente. Por conseguinte, não são calculados esforços de engastamento perfeito e a parcela  $\underline{A}_{EPL}$  na equação (IV.12) é nula. (As cargas laterais são aplicadas diretamente sobre os andares nas direções dos deslocamentos de andar). A equação (IV.12) reduz-se então a

$$\underline{A}_{PL} = \underline{S}_{PL} \underline{D}_{PL} \quad (IV.13)$$

#### IV.2.3.1 - PILAR DE EIXO RETO E SEÇÃO SÓLIDA CONSTANTE (fig.IV.8.a)

Os parâmetros que aparecem nesta matriz são os seguintes:

- E - módulo de elasticidade longitudinal
- G - módulo de elasticidade transversal
- L - comprimento elástico do pilar
- $I_x$  - momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo centroidal paralelo ao eixo x
- $I_y$  - idem em relação ao eixo y
- $I_z$  - momento de inércia à torção

$$a_x = \frac{12 EI_x}{GL^2 A_y}$$

$$a_y = \frac{12 EI_y}{GL^2 A_x}$$

$A_x$  - Área da seção transversal multiplicada pelo coeficiente de forma para o esforço cortante na direção  $x$  ( $A_x = A_z f_x$ )

$A_y$  - Idem em relação ao eixo  $y$  ( $A_y = A_z f_y$ )

$A_z$  - Área da seção transversal

$$\tilde{S}_{PL} = \begin{bmatrix} \tilde{S}_{PL11} & \tilde{S}_{PL12} \\ \tilde{S}_{PL21} & \tilde{S}_{PL22} \end{bmatrix} \quad (IV.14)$$

$$S_{PL11} = \begin{bmatrix} \frac{4+a_x}{1+a_x} \frac{EI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6}{1+a_x} \frac{EI_x}{L^2} & 0 \\ & \frac{4+a_y}{1+a_y} \frac{EI_y}{L} & 0 & \frac{-6}{1+a_y} \frac{EI_y}{L^2} & 0 & 0 \\ & & \frac{EA_z}{L} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{12}{1+a_y} \frac{EI_y}{L^3} & 0 & 0 \\ \text{simétrica} & & & & \frac{12}{1+a_x} \frac{EI_x}{L^3} & 0 \\ & & & & & \frac{GI_z}{L} \end{bmatrix}$$

$$S_{PL12} = \begin{bmatrix} \frac{2-a_x}{1+a_x} \frac{EI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6}{1+a_x} \frac{EI_x}{L^2} & 0 \\ 0 & \frac{2-a_y}{1+a_y} \frac{EI_y}{L} & 0 & \frac{6}{1+a_y} \frac{EI_y}{L^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-EA_z}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-6}{1+a_y} \frac{EI_y}{L^2} & 0 & \frac{-12}{1+a_y} \frac{EI_y}{L^3} & 0 & 0 \\ \frac{6}{1+a_x} \frac{EI_x}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{-12}{1+a_x} \frac{EI_x}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-GI_z}{L} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{S}_{PL22} = & \begin{bmatrix} \frac{4+a_x}{1+a_x} \frac{EI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6}{1+a_x} \frac{EI_x}{L^2} & 0 \\ & \frac{4+a_y}{1+a_y} \frac{EI_y}{L} & 0 & \frac{-6}{1+a_y} \frac{EI_y}{L^2} & 0 & 0 \\ & & \frac{EA_z}{L} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{12}{1+a_y} \frac{EI_y}{L^3} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{12}{1+a_x} \frac{EI_x}{L^3} & 0 \\ & & & & & \frac{GI_z}{L} \end{bmatrix} \\
 & \text{simétrica}
 \end{aligned}$$

$$\tilde{S}_{PL21} = \tilde{S}_{PL12}^t \quad , \quad \text{sendo } \tilde{S}_{PL21} \text{ a transposta de } \tilde{S}_{PL12} .$$

#### IV.2.3.2 - PILAR DE EIXO RETO E SEÇÃO ABERTA CONSTANTE (Fig. IV.8.b)

Para se obter os coeficientes da matriz de rigidez deste tipo de elemento, considere-se as equações (III.11.a) e (III.23.a,b,c) vistas no capítulo anterior. Como o sistema de referência local do pilar é o sistema ortogonal principal  $(x,y,\omega)$ , estas equações podem ser aplicadas diretamente. Por sua vez, a equação (III.11.a) (referente ao esforço normal) e as equações (III.23.b e c) (referentes à flexão) são idênticas às relativas a estes esforços para um elemento de seção sólida, resultando que os coeficientes que são obtidos através destas equações são idênticos aos correspondentes na equação (IV.14).

No Apêndice A estão deduzidos os coeficientes de rigidez referentes aos efeitos torção-empenamento obtidos pela equação (III.23.d). A matriz de rigidez resultante é apresentada na equação (IV.15).

Os parâmetros que aparecem nesta matriz, não definidos na equação (IV.14), são os seguintes:

$$\bar{G} = \frac{GI_z}{K}$$

$$Ch = \cosh kL$$

$$Sh = \sinh kL$$

$$K = 2 - 2 \cosh kL + kL \sinh kL$$

$$k = \sqrt{\frac{GI_z}{EI_\omega}}$$

$$I_\omega = \text{momento de inércia setorial}$$

$$\tilde{S}_{PL} = \begin{bmatrix} \tilde{S}_{PL11} & \tilde{S}_{PL12} \\ \tilde{S}_{PL21} & \tilde{S}_{PL22} \end{bmatrix} \quad (IV.15)$$

$$S_{PL11} = \begin{bmatrix} \frac{4+a_x}{1+a_x} \frac{EI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6}{1+a_x} \frac{EI_x}{L^2} & 0 \\ & \frac{4+a_y}{1+a_y} \frac{EI_y}{L} & 0 & 0 & \frac{-6}{1+a_y} \frac{EI_y}{L^2} & 0 & 0 \\ & & \frac{-EA_z}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \bar{G}(L\alpha - \frac{Sh}{k}) & 0 & 0 & -\bar{G}(\alpha L - 1) \\ \text{simétrica} & & & & \frac{12}{1+a_y} \frac{EI_y}{L^3} & 0 & 0 \\ & & & & & \frac{12}{1+a_x} \frac{EI_x}{L^3} & 0 \\ & & & & & & \bar{G} k Sh \end{bmatrix}$$

$$S_{PL12} = \begin{bmatrix} \frac{2-a_x}{1+a_x} \frac{EI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-6}{1+a_x} \frac{EI_x}{L^2} & 0 \\ 0 & \frac{2-a_y}{1+a_y} \frac{EI_y}{L} & 0 & 0 & \frac{6}{1+a_y} \frac{EI_y}{L^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-EA_z}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{G}(\frac{Sh}{k} - L) & 0 & 0 & \bar{G}(\alpha L - 1) \\ 0 & \frac{-6}{1+a_y} \frac{EI_y}{L^2} & 0 & 0 & \frac{-12}{1+a_y} \frac{EI_y}{L^3} & 0 & 0 \\ \frac{6}{1+a_x} \frac{EI_x}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-12}{1+a_x} \frac{EI_x}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\bar{G}(\alpha L - 1) & 0 & 0 & -\bar{G} k Sh \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{S}_{PL22} = & \left[ \begin{array}{ccccccc}
 \frac{4+a_x}{1+a_x} \frac{EI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-6}{1+a_x} \frac{EI_x}{L^2} & 0 \\
 & \frac{4+a_y}{1+a_y} \frac{EI_y}{L} & 0 & 0 & \frac{6}{1+a_y} \frac{EI_y}{L^2} & 0 & 0 \\
 & & \frac{EA_z}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & \bar{G}(L\alpha - \frac{Sh}{k}) & 0 & 0 & \bar{G}(\alpha - 1) \\
 & \text{simétrica} & & & \frac{12}{1+a_y} \frac{EI_y}{L^3} & 0 & 0 \\
 & & & & & \frac{12}{1+a_x} \frac{EI_x}{L^3} & 0 \\
 & & & & & & \bar{G} k Sh
 \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

$$\bar{S}_{PL21} = \bar{S}_{PL12}^t$$

#### IV.2.3.3 - PILARES ESPECIAIS

No presente trabalho s3o s3o considerados pilares especiais com 12 graus de liberdade. Estes poder3o ser introduzidos na an3lise da estrutura, desde que se conhe3a sua matriz de rigidez em forma completa (neste caso podendo haver articula33es em suas extremidades) ou a matriz de flexibilidade de sua extremidade superior. Nesta segunda hip3tese, o processo de c3lculo 3 an3logo ao utilizado para as vigas de eixo circular.



## CAPÍTULO V

### TRANSFORMAÇÕES ENTRE SISTEMAS DE REFERÊNCIA

#### V.1 - GENERALIDADES

As equações (IV.1) e (IV.13) estabelecidas no capítulo anterior - relações entre esforços e deslocamentos nas direções dos graus de liberdade definidos nas extremidades do elemento - foram definidas no sistema de eixos locais do elemento. Estas equações devem ser transformadas para o sistema de eixos globais, porque a matriz de rigidez da estrutura e os vetores de carregamento, que constituem o sistema de equações de equilíbrio, devem estar relacionadas a um referencial único.

#### V.2 - VIGAS

Na figura V.1 representou-se uma viga cujos extremos elásticos A e B estão excentricamente conectados aos pontos nodais J e K. As excentricidades  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $x_f$  e  $y_f$  são medidas nas direções dos eixos locais da viga e estão mostradas nesta figura com seus valores positivos. Conhecidos tais valores, juntamente com as coordenadas  $(x_j, y_j)$  e  $(x_k, y_k)$  dos pontos nodais J e K (medidas em relação ao sistema global de referência), os demais parâmetros são os seguintes:

$$C = \sqrt{(x_k - x_j)^2 + (y_k - y_j)^2 - (y_f - y_i)^2}$$

$$L = C - (x_i + x_f)$$

$$\sin \alpha = \frac{(y_k - y_j)C + (y_i - y_f)(x_k - x_j)}{(x_k - x_j)^2 + (y_k - y_j)^2} \quad (V.1)$$

$$\cos \alpha = \frac{(x_k - x_j)C + (y_f - y_i)(y_k - y_j)}{(x_k - x_j)^2 + (y_k - y_j)^2}$$

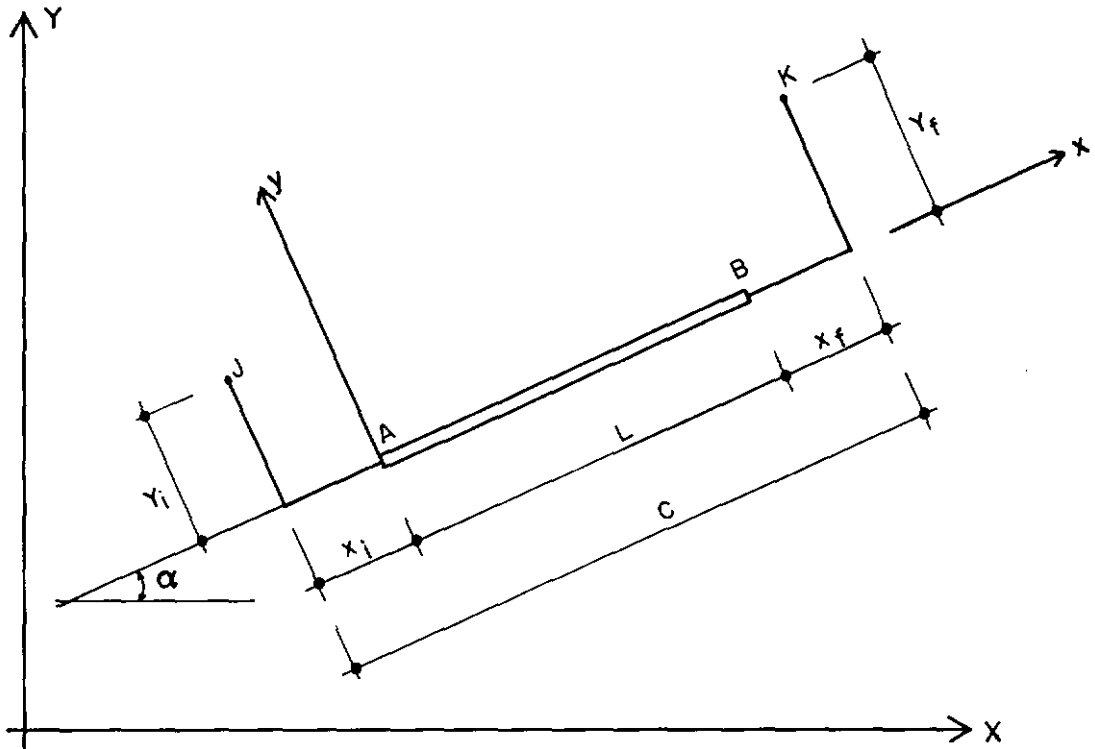


Fig V.1 - Viga com excentricidades em relação aos pontos nodais

### V.2.1 Matriz de Transformação

A matriz de transformação relaciona os deslocamentos entre os extremos A e B da viga, com os pontos nodais J e K respectivamente. Numa situação mais geral, estes pontos poderão estar sendo definidos pelo eixo (centro de cisalhamento) de pilares de seção aberta, para os quais se considera os efeitos do empenamento e portanto ter 4 graus de liberdade cada (fig. V.2).

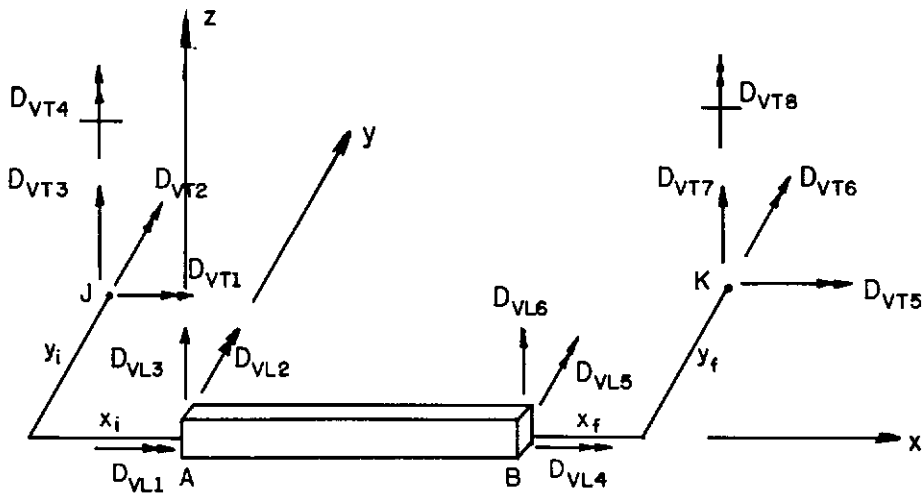


Fig V.2 – Deslocamentos dos extremos A e B da viga e dos pontos nodais J e K

As equações de ligação (a partir das quais se define a matriz de transformação) podem ser obtidas com a equação (III.9). Conforme especifica esta equação, ao se trabalhar com o sistema de eixos principais, o deslocamento axial de um ponto da seção transversal é obtido pela soma de 4 parcelas linearmente indepen

dentes. Sendo assim, admitindo-se que o empenamento no pilar seja nulo, a seção deste permanece plana após deformada, o que permite escrever de imediato:

$$\begin{aligned}
 D_{VL1} &= D_{VT1} \\
 D_{VL2} &= D_{VT2} \\
 D_{VL3} &= D_{VT3} - y_i D_{VT1} - x_i D_{VT2} \\
 D_{VL4} &= D_{VT5} \\
 D_{VL5} &= D_{VT6} \\
 D_{VL6} &= D_{VT7} - y_f D_{VT5} + x_f D_{VT6}
 \end{aligned} \tag{V.2}$$

onde  $D_{VL_i}$  ( $i=1,6$ ) são deslocamentos dos pontos A e B e  $D_{VT_i}$  ( $i=1,8$ ) aqueles dos nós J e K.

Quando a seção transversal superior do pilar sofre um empenamento definido por  $\frac{d\phi}{dz}$ , o ponto onde a viga se liga ao pilar sofre um deslocamento axial que, de acordo com a equação (III.9) é dado por:

$$w_s = - \omega_s \frac{d\phi}{dz} \tag{V.3}$$

sendo  $\omega_s$  a coordenada setorial deste ponto.

As derivadas deste deslocamento, em relação aos eixos  $x$  e  $y$  (eixos locais da viga) definem as rotações da seção extrema da viga em relação aos eixos  $y$  e  $x$  respectivamente. Deixando-se que o sinal seja incorporado posteriormente (como dado de entrada), de acordo com cada caso particular, segue-se que (ver Apêndice B):

$$\frac{dW_s}{dx} = \frac{d\omega_s}{dx} \cdot \frac{d\phi}{dz} \quad (V.4.a)$$

$$\frac{dW_s}{dy} = \frac{d\omega_s}{dy} \cdot \frac{d\phi}{dz} \quad (V.4.b)$$

Reescrevendo as equações (V.3), (V.4.a) e (V.4.b), para ambos os extremos da viga, vem:

$$\begin{aligned} D_{VL1} &= \frac{d\omega_i}{dy} \cdot D_{VT4} & D_{VL4} &= \frac{d\omega_f}{dy} \cdot D_{VT8} \\ D_{VL2} &= \frac{d\omega_i}{dx} \cdot D_{VT4} & D_{VL5} &= \frac{d\omega_f}{dx} \cdot D_{VT8} \\ D_{VL3} &= -\omega_i \cdot D_{VT4} & D_{VL6} &= -\omega_f \cdot D_{VT8} \end{aligned} \quad (V.5)$$

Sob forma matricial, as equações (V.2) e (V.5) soma das (superposição de efeitos), tomam o seguinte aspecto:

$$\begin{Bmatrix} D_{VL1} \\ D_{VL2} \\ D_{VL3} \\ D_{VL4} \\ D_{VL5} \\ D_{VL6} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{d\omega_i}{dy} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{d\omega_i}{dx} \\ -Y_i & -X_i & 1 & -\omega_i \\ & & & 1 & 0 & 0 & \frac{d\omega_f}{dy} \\ & & & 0 & 1 & 0 & \frac{d\omega_f}{dx} \\ & & & -Y_f & X_f & 1 & -\omega_f \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} D_{VT1} \\ D_{VT2} \\ D_{VT3} \\ D_{VT4} \\ D_{VT5} \\ D_{VT6} \\ D_{VT7} \\ D_{VT8} \end{Bmatrix}$$

Ou, em forma compacta, pode-se escrever:

$$\tilde{D}_{VL} = \tilde{T}_V \tilde{D}_{VT} \quad (V.6)$$

A relação contragradiente que existe entre deslocamentos e resultantes de tensões conduz a escrever:

$$\begin{Bmatrix} A_{VT1} \\ A_{VT2} \\ A_{VT3} \\ A_{VT4} \\ A_{VT5} \\ A_{VT6} \\ A_{VT7} \\ A_{VT8} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y_i & & & & & \\ 0 & 1 & -x_i & & 0 & & & \\ 0 & 0 & 1 & & & & & \\ \frac{d\omega_i}{dy} & \frac{d\omega_i}{dx} & -\omega_i & & & & & \\ & & & 1 & 0 & -y_f & & \\ & & & 0 & 1 & x_f & & \\ & & 0 & & 0 & 0 & 1 & \\ & & & \frac{d\omega_f}{dy} & \frac{d\omega_f}{dx} & -\omega_f & & \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} A_{VL1} \\ A_{VL2} \\ A_{VL3} \\ A_{VL4} \\ A_{VL5} \\ A_{VL6} \end{Bmatrix}$$

Isto é,

$$A_{VT} = T_V^t A_{VL} \quad (V.7)$$

Substituindo-se a equação (V.5) na equação (IV.1) e prê-multiplicando ambos os lados desta equação por  $T_V^t$ , resulta:

$$T_V^t A_{VL} = T_V^t S_{VL} T_V D_{VT} + T_V^t A_{EL}$$

De acordo com (V.7), esta simplifica-se para:

$$A_{VT} = T_V^t S_{VL} T_V D_{VT} + T_V^t A_{EL} \quad (V.8)$$

que relaciona os deslocamentos e esforços nos pontos nodais J e K, na direção dos eixos locais da viga.

### V.2.2 - Matriz de Rotação

Através da matriz de rotação obtêm-se os deslocamentos dos pontos nodais J e K, na direção dos eixos globais.

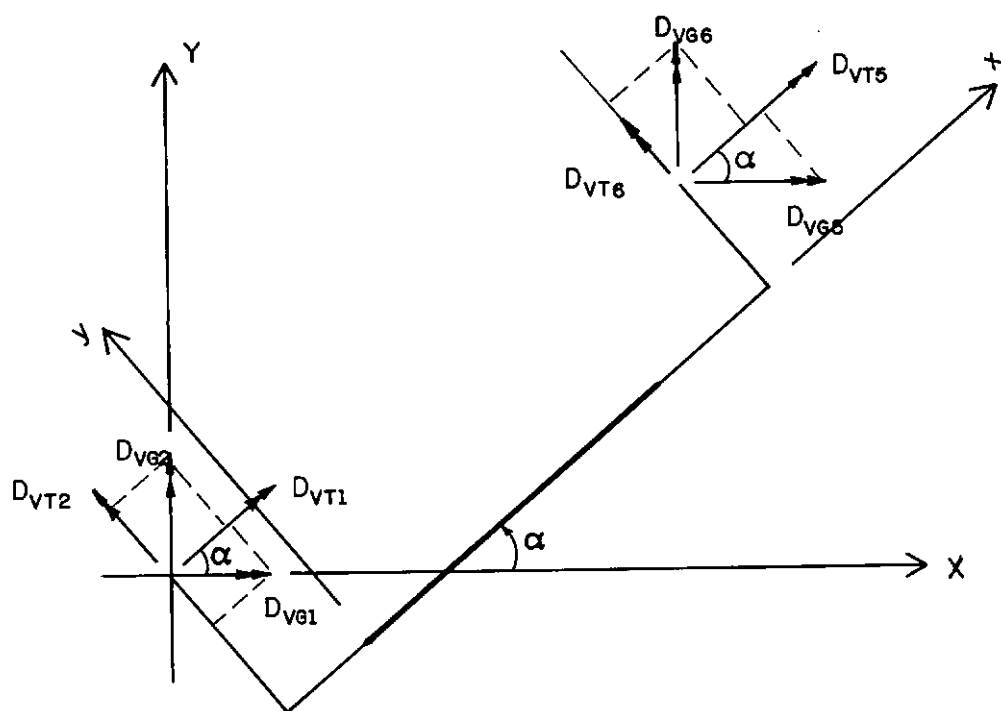


Fig V.3 - Rotação de eixo para vigas

Tendo como base a fig. (V.3), obtêm-se de imediato (os vetores  $D_{vT3}$ ,  $D_{vT4}$ ,  $D_{vT7}$  e  $D_{vT8}$  têm a direção do eixo  $z$  e portanto não se decompõem):

$$\begin{Bmatrix} D_{VT1} \\ D_{VT2} \\ D_{VT3} \\ D_{VT4} \\ D_{VT5} \\ D_{VT6} \\ D_{VT7} \\ D_{VT8} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 & & & & \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & & & & \\ 0 & 0 & 1 & 0 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & & & & \\ & & & & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ & & & & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & \\ & & & & & & 0 & 0 & 1 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} D_{VG1} \\ D_{VG2} \\ D_{VG3} \\ D_{VG4} \\ D_{VG5} \\ D_{VG6} \\ D_{VG7} \\ D_{VG8} \end{Bmatrix}$$

ou

$$\underline{D}_{VT} = \underline{R}_V \underline{D}_{VG} \quad (V.9)$$

De maneira idêntica, os esforços nos pontos nodais J e K, na direção dos eixos globais, são expressos em função dos correspondentes esforços nas direções dos eixos locais, pela equação:

$$\underline{A}_{VG} = \underline{R}_V^t \underline{A}_{VT} \quad (V.10)$$

Substituindo a expressão (V.9) na equação (V.8), pré-multiplicando ambos os lados por  $\underline{R}_V^t$  e tendo em vista a equação (V.10), obtém-se:

$$\underline{A}_{VG} = \underline{R}_V^t \underline{T}_V^t \underline{S}_{VL} \underline{T}_V \underline{R}_V \underline{D}_{VG} + \underline{R}_V^t \underline{T}_V^t \underline{A}_{EL} \quad (V.11)$$

Fazendo:

$$\underline{S}_{VG} = \underline{R}_V^t \underline{T}_V^t \underline{S}_{VL} \underline{T}_V \underline{R}_V \underline{D}_{VG} \quad e$$



$$\underline{A}_{EG} = \underline{R}_Y^t \underline{T}_Y^t \underline{A}_{EL} \quad , \text{ resulta}$$

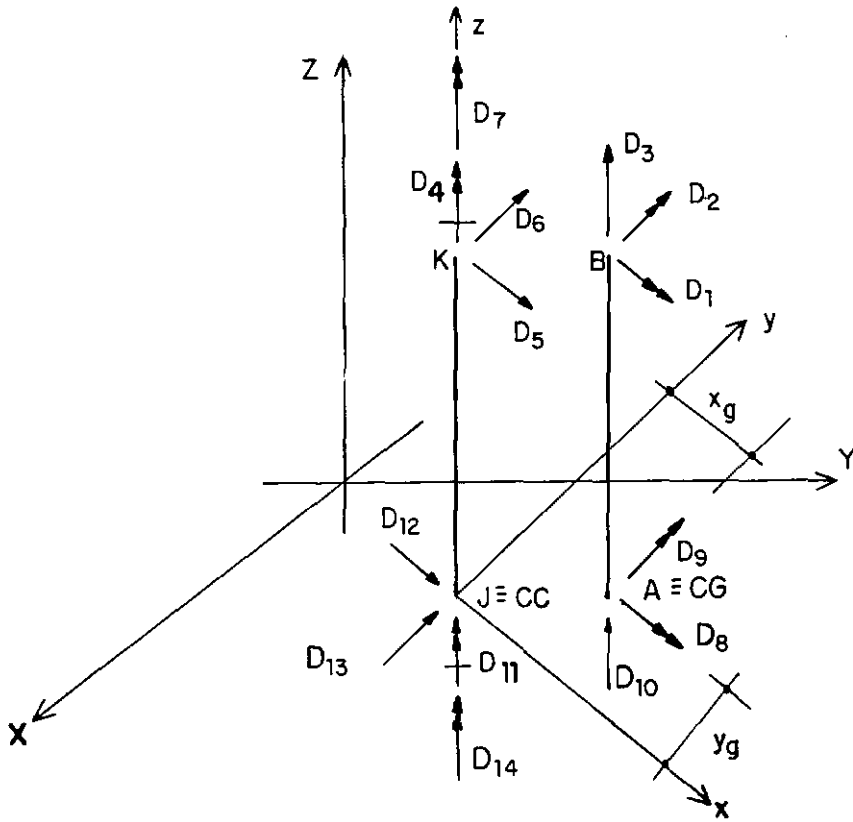
$$\underline{A}_{VG} = \underline{S}_{VG} \underline{D}_{VG} + \underline{A}_{EG} \quad (V.12)$$

que representa a relação entre esforços e deslocamentos na direção dos eixos globais, para uma viga com cargas no seu interior.

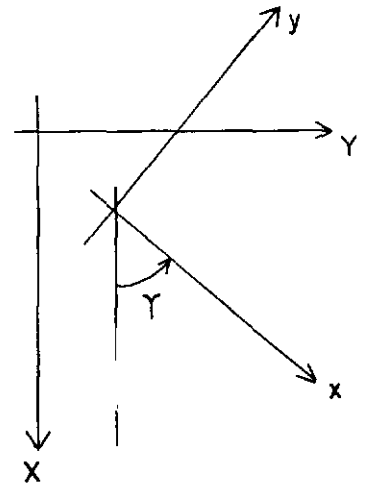
### V.3 - PILARES

#### V.3.1 - Pilares de Seção Aberta

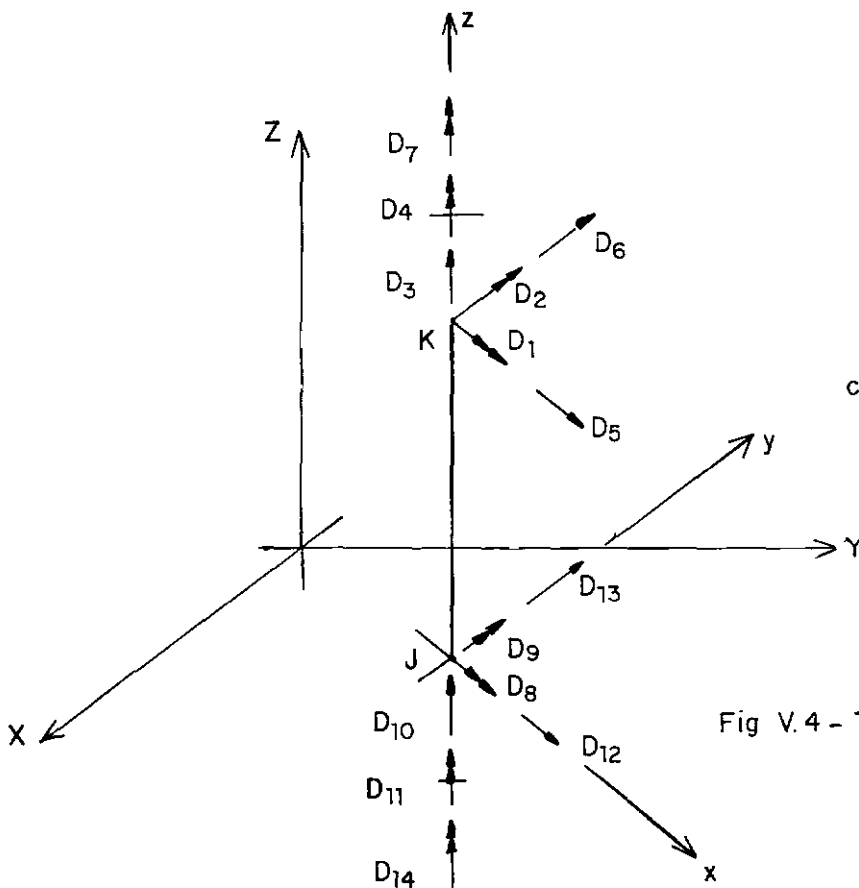
Conforme já mencionado no capítulo II, no presente trabalho só são considerados os efeitos do empenamento em pilares de seção aberta que sejam verticais, sem alteração na posição do seu eixo ao longo da altura da edificação. Seja então o exemplo genérico da fig. (V.4.a), para o qual o centróide (CG) não coincide com o centro de cisalhamento (CC), estando o primeiro definido através das coordenadas  $x_g$  e  $y_g$ , medidas no sistema de eixos locais do pilar ( $x$  e  $y$  são paralelos aos eixos principais de inércia da seção). O ângulo  $\gamma$  que localiza estes eixos é medido de  $X$  para  $x$  no sentido anti-horário (fig. V.4.b).



a) Graus de liberdade  $D_{PL}$



b) Angulo  $\Upsilon$



c) Graus de liberdade  $D_{PT} = 1$

Fig V.4 - Transformação  $T_{P1}$

## V.3.1.1 - Matriz de Transformação I

A matriz de transformação I relaciona os deslocamentos (rotações em torno dos eixos  $x$  e  $y$  e deslocamento vertical) entre os pontos nodais J e K e os pontos A e B, respectivamente. Como o empenamento pode ocorrer independentemente dos demais graus de liberdade, pode-se admiti-lo nulo e escrever a seguinte expressão matricial:

$$\underline{\underline{D}}_{PL} = \underline{\underline{T}}_{PI} \underline{\underline{D}}_{PTI} \quad (V.13)$$

em que os graus de liberdade correspondentes a  $\underline{\underline{D}}_{PL}$  e  $\underline{\underline{D}}_{PTI}$  estão numerados sequencialmente nas figs. (V.4.a) e (V.4.b), e

$$\underline{\underline{T}}_{PI} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{T}}_{PI}^1 & \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{I}} & \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{T}}_{PI}^1 & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{I}} \end{bmatrix} \quad (14 \times 14) \quad (V.14)$$

$$\underline{\underline{T}}_{PI}^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ y_g & -x_g & 1 \end{bmatrix} \quad (V.15)$$

Da mesma maneira, a relação entre os correspondentes esforços é a seguinte:

$$\underline{\underline{A}}_{PTI} = \underline{\underline{T}}_{PI}^t \underline{\underline{A}}_{PL} \quad (V.16)$$

Substituindo a equação (V.13) na equação (IV.13), pré-multiplicando esta última por  $\underline{\underline{T}}_{PI}^t$  e tendo em vista a equação (V.16), resulta:

$$\tilde{A}_{PTI} = \tilde{T}_{PI}^t \tilde{S}_{PL} \tilde{T}_{PI} \tilde{D}_{PTI} \quad (V.17)$$

### V.3.1.2 - Matriz de Rotação

Com a matriz de rotação obtém-se os deslocamentos nos pontos nodais J e K, na direção dos eixos globais ( $\tilde{D}_{PR}$ ). Sendo o pilar vertical, apenas os graus de liberdade cujos vetores estão situados no plano XY são afetados por esta rotação. Obtém-se por conseguinte que:

$$D_{PTI1} = D_{PR1} \cos \gamma + D_{PR2} \sin \gamma$$

$$D_{PTI2} = -D_{PR1} \sin \gamma + D_{PR2} \cos \gamma$$

$$D_{PTI3} = D_{PR3}$$

.

.

.

$$D_{PTI13} = -D_{PR12} \sin \gamma + D_{PR13} \cos \gamma$$

isto é,

$$\tilde{D}_{PTI} = \tilde{R}_Y \tilde{D}_{PR} \quad (V.18)$$

em que  $\tilde{D}_{PR}$  obedece a mesma numeração sequencial indicada na fig. (V.4.b) e

$$\tilde{R}_Y = \begin{bmatrix} \tilde{R}_Y^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{R}_Y^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{R}_Y^1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{R}_Y^2 \end{bmatrix}$$

com

$$\tilde{R}_{\gamma}^1 = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

e

$$\tilde{R}_{\gamma}^2 = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Identicamente, a expressão que designa os esforços nos pontos nodais J e K , na direção dos eixos globais é:

$$\tilde{A}_{PR} = \tilde{R}_{\gamma}^t \tilde{A}_{PTI} \quad (V.19)$$

com a qual se obtêm, tendo em consideração as equações (V.17) e (V.18):

$$\tilde{A}_{PR} = \tilde{R}_{\gamma}^t \tilde{T}_{PI}^t \tilde{S}_{PL} \tilde{T}_{PI} \tilde{R}_{\gamma} \tilde{D}_{PR} \quad (V.20)$$

### V.3.1.3 - Matriz de Transformação II

Com esta matriz de transformação se encontra a relação entre os deslocamentos de corpo rígido de andar, associados aos pontos nodais J e K, e os correspondentes deslocamentos medidos nos pontos onde o eixo Z corta o plano das lajes existentes nas extremidades inferior e superior do pilar em questão (pontos P e Q na fig. (V.5.b)); os graus de liberdade associados aos deslocamentos independentes de nó não se alteram com esta transformação. Designando-se  $(X_k, Y_k)$  as coordenadas do ponto nodal K (que neste caso são iguais às do ponto nodal J), pode-se escrever:

$$D_{PRi} \equiv D_{PGi} \quad (i=1,4)$$

$$D_{PR5} = D_{PG5} - Y_k D_{PG7}$$

$$D_{PR6} = D_{PG6} + X_k D_{PG7}$$

$$D_{PR7} = D_{PG7}$$

com relações semelhantes para o nó inferior.

Colocando sob forma matricial tem-se:

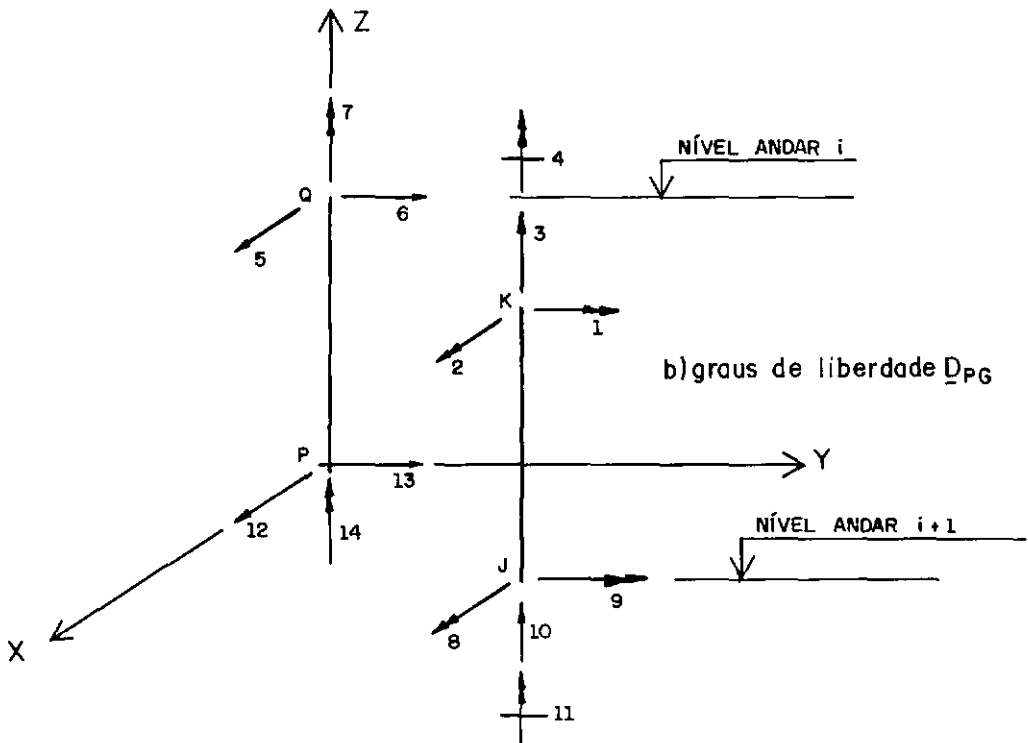
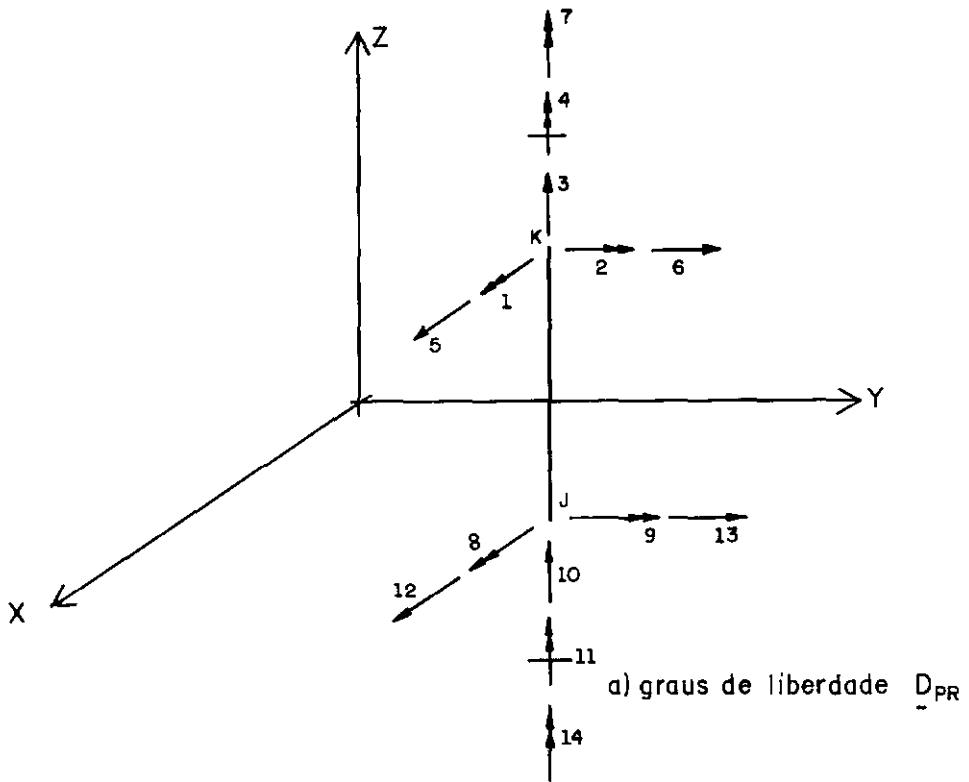
$$\underline{D}_{PR} = \underline{T}_{PII} \underline{D}_{PG} \quad (V.21)$$

em que:

$$\underline{T}_{PII} = \begin{bmatrix} \underline{T}_f & & & \\ & \underline{T}_b & & \\ & & \underline{T}_i & \\ 0 & & & \underline{T}_a \end{bmatrix}$$

$$\tilde{T}_f = T_i = \tilde{I}$$

$$\tilde{T}_a = \tilde{T}_b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -Y_k \\ 0 & 1 & X_k \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Fig V.5 - Transformação  $\underline{T}_{PII}$



Os respectivos esforços são transformados como se segue:

$$\tilde{A}_{PG} = \tilde{T}_{PII}^t \tilde{A}_{PR} \quad (V.22)$$

As equações (V.21) e (V.22) levadas na equação (V.20) fornecem:

$$\tilde{A}_{PG} = \tilde{T}_{PII}^t \tilde{R}_\gamma^t \tilde{T}_{PI}^t \tilde{S}_{PL} \tilde{T}_{PI} \tilde{R}_\gamma \tilde{T}_{PII} \tilde{D}_{PG} \quad (V.23)$$

Fazendo:

$$\tilde{S}_{PG} = \tilde{T}_{PII}^t \tilde{R}_\gamma^t \tilde{T}_{PI}^t \tilde{S}_{PL} \tilde{T}_{PI} \tilde{R}_\gamma \tilde{T}_{PII} \quad (V.24)$$

a equação anterior simplifica-se para:

$$\tilde{A}_{PG} = \tilde{S}_{PG} \tilde{D}_{PG} \quad (V.25)$$

sendo  $\tilde{S}_{PG}$  a matriz de rigidez do pilar na direção dos eixos globais, já incluídas as transformações que levam em consideração a (provável) não coincidência do centro geométrico com o centro de cisalhamento e a hipótese das lajes trabalhando como diafragmas.

Ao se trabalhar com o conceito de deslocamento relativo de andar (item VI.2.1), com o qual o deslocamento de um andar é medido em relação ao andar imediatamente inferior, desaparece o acoplamento existente entre os graus de liberdade da extremidade superior do pilar (tanto os correspondentes aos deslocamentos de corpo rígido do andar quanto os deslocamentos independentes de nó) com os graus de liberdade de corpo rígido do andar inferior. Este fato se reflete na desconsideração, para efeito de resolução do sistema de equações, dos coeficientes de rigidez correspondentes aos graus de liberdade de corpo rígido do

ponto P (fig. V.5.b), tomando-se apenas a submatriz associada às 11 primeiras linhas e colunas da matriz de rigidez do pilar.

### V.3.2 - Pilares de Seção Sólida

Um pilar de seção sólida, num caso mais geral, poderá estar inclinado em relação ao eixo global Z, tal como indicado na fig. (V.6). Nesta figura J e K são os pontos nodais nas extremidades inferior e superior respectivamente, e  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $x_f$  e  $y_f$  as excentricidades dos extremos elásticos A e B. Note-se que estes valores são medidos nas direções dos eixos globais. Para a situação particular do pilar ser vertical, as excentricidades  $x_f$  e  $y_f$  não são definidas, conforme já esclarecido no item (II.3.3).

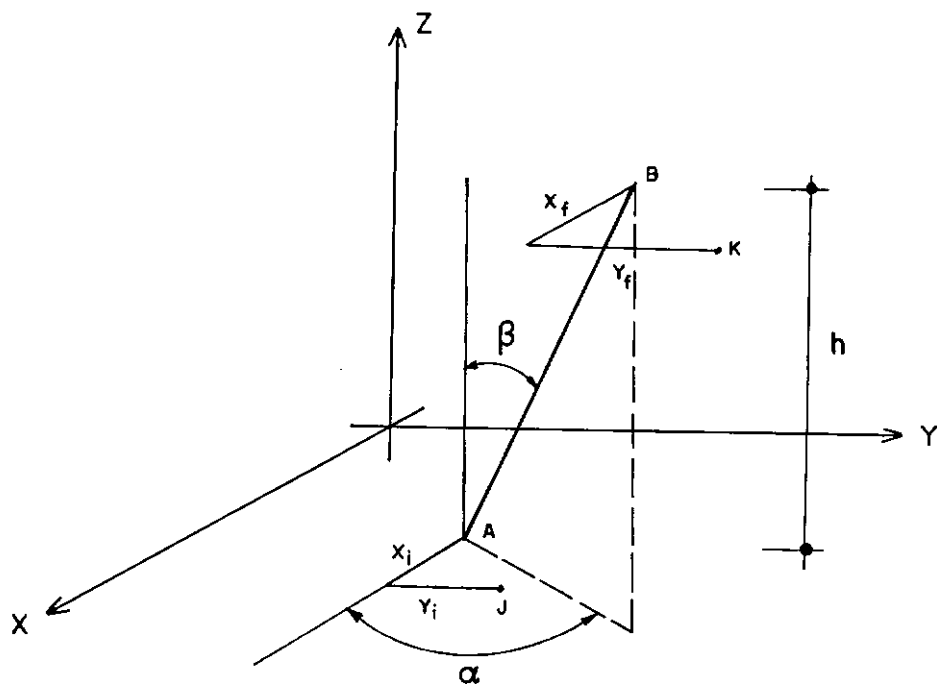


Fig V.6 - Pilar de seção sólida com excentricidades em relação aos pontos nodais

Conhecidas as coordenadas  $(X_j, Y_j)$  e  $(X_k, Y_k)$  dos pontos nodais J e K, os valores das excentricidades acima definidas e a altura  $h$  do pé-direito do pavimento onde o pilar se situa, pode-se calcular os seguintes parâmetros:

$$x_a = X_j - x_i$$

$$y_a = Y_j - y_i$$

$$x_b = X_k - x_f$$

$$y_b = Y_k - y_f$$

$$L = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2 + h^2}$$

$$\text{sen } \beta = \frac{\sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}}{L}$$

$$\text{cos } \beta = \frac{h}{L}$$

Se o pilar for inclinado:

$$\text{sen } \alpha = \frac{y_b - y_a}{\sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}} \quad \text{cos } \alpha = \frac{x_b - x_a}{\sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}}$$

Se o pilar for vertical:

$$\text{sen } \alpha = 0$$

$$\text{cos } \alpha = 1$$

em que  $L$  é o comprimento do pilar,  $(x_a, y_a)$  e  $(x_b, y_b)$  as coordenadas no plano XY dos pontos A e B.

Os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$ , conforme indicados na fig. (V.6), identificam o eixo geométrico do pilar. A localização dos ei -

xos principais de inércia, os quais definem os eixos locais do pilar, é caracterizada através de um ângulo de giro  $\gamma$ , em torno do eixo  $z$ . Com o objetivo de visualizar como se mede este ângulo, considere as três rotações sucessivas dos eixos da estrutura aos eixos locais do pilar (fig. V.7.a). Na primeira rotação, efetuada em torno de  $Z$  e medida pelo ângulo  $\alpha$ , o eixo  $X$  se posiciona em  $x_\alpha$  e  $Y$  em  $y_\alpha$ . A segunda rotação consiste em um giro de um ângulo  $\beta$  em torno do eixo  $y_\alpha$ . Com esta rotação, o eixo  $Z$  se coloca em sua posição final, coincidindo com o eixo  $z$ . A terceira rotação se processa em torno do eixo  $z$ , fazendo com que os eixos  $x_\beta$  e  $y_\alpha$  coincidam com os eixos principais de inércia. Esta última rotação, definida pelo ângulo  $\gamma$ , está indicada na fig. (V.7.b) que mostra a vista da seção transversal de um elemento, olhando no sentido negativo do eixo  $z$ . O plano formado pelos eixos  $x_\beta$  e  $z$  é vertical e contém o eixo do elemento; o ângulo  $\gamma$  é medido deste plano até um dos eixos principais de inércia (positivo no sentido anti-horário). No caso do pilar ser vertical, o ângulo  $\gamma$  é o mesmo definido na fig. (V.4.b).

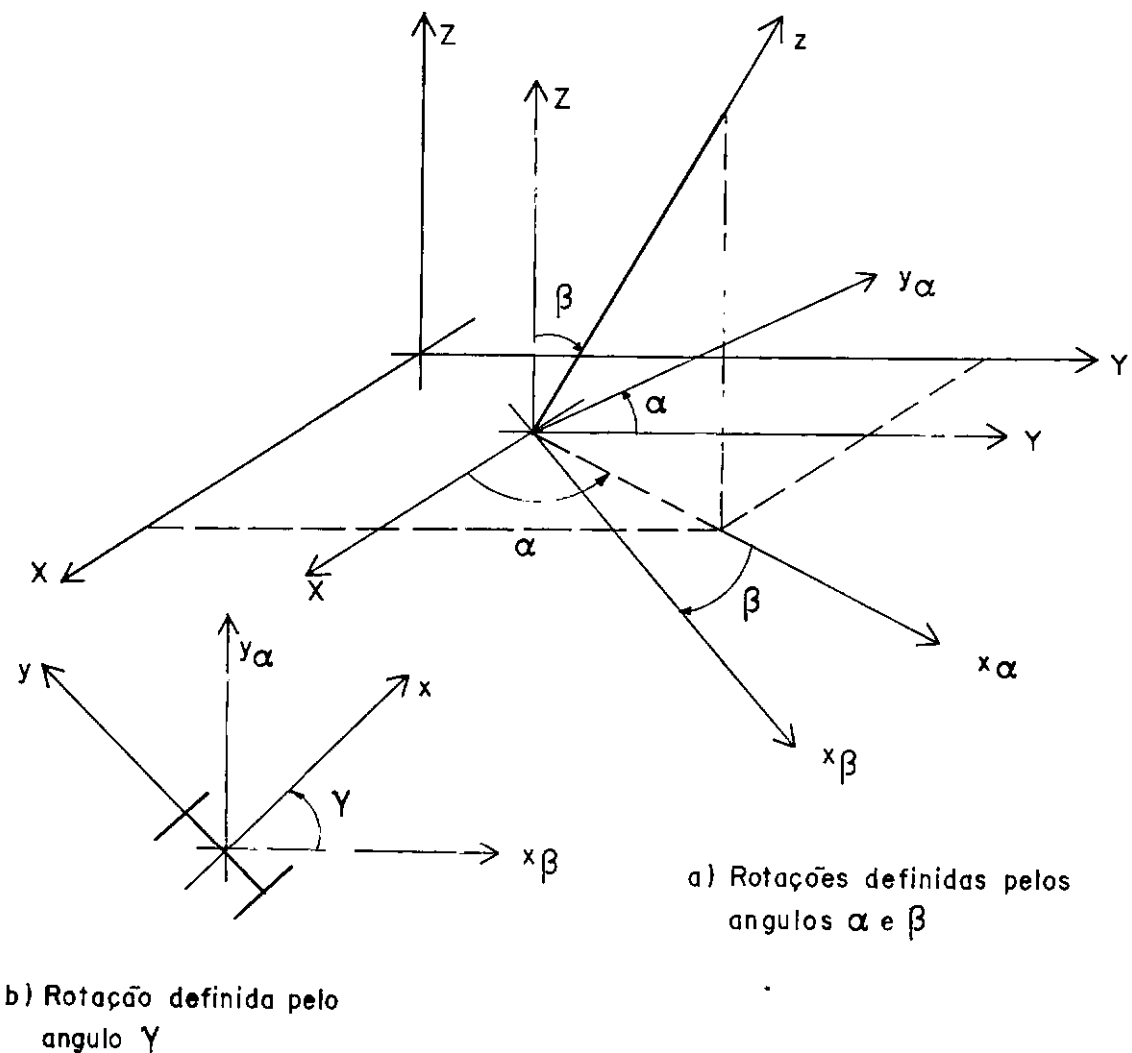


Fig. V.7 - Rotação de eixos para um pilar inclinado

#### V.3.2.1 - Matriz de Transformação I

Mesmo para pilares de seção sólida podem ocorrer situações em que o centróide não coincide com o centro de cisalhamento (seções em L ou T, por exemplo). Sendo assim, a matriz de transformação I tem o mesmo objetivo que o definido em (V.3.1.1). Por comodidade manter-se-á aqui a mesma notação utilizada no item anterior, tendo-se em mente no entanto, que neste caso são 12 graus de liberdade. A expressão que relaciona deslocamentos

e esforços no centro de cisalhamento e na direção dos eixos locais é portanto:

$$\underline{A}_{PTI} = \underline{T}_{PI}^t \underline{S}_{PL} \underline{T}_{PI} \underline{D}_{PTI} \quad (V.26)$$

### V.3.2.2 - Matriz de Rotação

Com a matriz de rotação expressa-se os deslocamentos dos pontos A e B, nas direções dos eixos locais ( $\underline{D}_{PTI}$ ), em função dos correspondentes deslocamentos no referencial global ( $\underline{D}_{PR}$ ). Sob a forma matricial, a expressão deste fato é a seguinte:

$$\underline{D}_{PTI} = \underline{R}_{\gamma} \underline{R}_{\beta} \underline{R}_{\alpha} \underline{D}_{PR} \quad (V.27)$$

em que  $\underline{R}_{\gamma}$ ,  $\underline{R}_{\beta}$  e  $\underline{R}_{\alpha}$  são as matrizes de rotação definidas abaixo e obtidas de acordo com as rotações sucessivas esclarecidas anteriormente:

$$\underline{R}_{\gamma} = \begin{bmatrix} \underline{R}_{\gamma}^1 & & & \\ & \underline{R}_{\gamma}^1 & & 0 \\ & & \underline{R}_{\gamma}^1 & \\ 0 & & & \underline{R}_{\gamma}^1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}_{\gamma}^1 = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}_{\beta} = \begin{bmatrix} \underline{R}_{\beta}^1 & \underline{R}_{\beta}^2 & & 0 \\ \underline{R}_{\beta}^2 & \underline{R}_{\beta}^1 & & \\ & & \underline{R}_{\beta}^1 & \underline{R}_{\beta}^2 \\ 0 & & \underline{R}_{\beta}^2 & \underline{R}_{\beta}^1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{R}_{\beta}^1 = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \quad \tilde{R}_{\beta}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 0 & 0 \\ \sin \beta & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{R}_{\alpha} = \begin{bmatrix} \tilde{R}_{\alpha}^1 & & & \\ & \tilde{R}_{\alpha}^1 & & 0 \\ & & \tilde{R}_{\alpha}^1 & \\ 0 & & & \tilde{R}_{\alpha}^1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{R}_{\alpha}^1 = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Identicamente, os esforços nos extremos A e B do pilar, no referencial global, são expressos em função destes esforços no referencial local pela equação:

$$\tilde{A}_{PR} = \tilde{R}_{\alpha}^t \tilde{R}_{\beta}^t \tilde{R}_{\gamma}^t \tilde{A}_{PTI} \quad (V.28)$$

A substituição da equação (V.27) na equação (V.26) e tendo em vista a equação (V.28) conduz a:

$$\tilde{A}_{PR} = \tilde{R}_{\alpha}^t \tilde{R}_{\beta}^t \tilde{R}_{\gamma}^t \tilde{T}_{PI}^t \tilde{S}_{PL} \tilde{T}_{PI} \tilde{R}_{\gamma} \tilde{R}_{\beta} \tilde{R}_{\alpha} \tilde{D}_{PR} \quad (V.29)$$

que representa a relação entre esforços e deslocamentos para os extremos A e B do pilar no referencial global.

## V.3.2.3 - Matriz de Transformação II

A matriz de transformação II, no que diz respeito aos deslocamentos de corpo rígido das extremidades inferior e superior do pilar, é idêntica à definida em (V.3.1.3). Os graus de liberdade independentes de nó, no entanto, são também afetados por esta transformação, encontrando-se assim uma relação entre estes graus de liberdade nos pontos A,J e B,K (fig. V.6).

Conhecidos os valores das excentricidades  $x_i, y_i$ ,  $x_f$  e  $y_f$  e ainda as coordenadas no plano XY dos pontos A( $x_a, y_a$ ) e B( $x_b, y_b$ ), pode-se escrever a seguinte expressão:

$$\tilde{D}_{PR} = \tilde{T}_{PII} \tilde{D}_{PG} \quad (V.30)$$

onde:

$$\tilde{T}_{PII} = \begin{bmatrix} \tilde{T}_{pf} & & & \\ & \tilde{T}_{pb} & & 0 \\ & & \tilde{T}_{pi} & \\ 0 & & & \tilde{T}_{pa} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{T}_{pf} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -y_f & x_f & 1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{T}_{pb} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y_b \\ 0 & 1 & x_b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\tilde{T}_{pi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -y_i & x_i & 1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{T}_{pa} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y_a \\ 0 & 1 & x_a \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sendo a relação contragradiente

$$\tilde{A}_{PG} = \tilde{T}_{PII}^t \tilde{A}_{PR} \quad (V.31)$$

se obtém, tendo em vista as equações (V.29) e (V.30):

$$\tilde{A}_{PG} = \tilde{T}_{PII}^t \tilde{R}_\alpha^t \tilde{R}_\beta^t \tilde{R}_\gamma^t \tilde{T}_{PI}^t \tilde{S}_{PL} \tilde{T}_{PI} \tilde{R}_\gamma \tilde{R}_\beta \tilde{R}_\alpha \tilde{T}_{PII} \tilde{D}_{PG} \quad (V.32)$$

Fazendo-se:

$$\tilde{S}_{PG} = \tilde{T}_{PII}^t \tilde{R}_\alpha^t \tilde{R}_\beta^t \tilde{R}_\gamma^t \tilde{T}_{PI}^t \tilde{S}_{PL} \tilde{T}_{PI} \tilde{R}_\gamma \tilde{R}_\beta \tilde{R}_\alpha \tilde{T}_{PII} \quad (V.33)$$

a equação (V.32) simplifica-se para:

$$\tilde{A}_{PG} = \tilde{S}_{PG} \tilde{D}_{PG} \quad (V.34)$$

sendo  $\tilde{S}_{PG}$  a matriz de rigidez do pilar na direção dos eixos globais.

## CAPÍTULO VI

### ANÁLISE GLOBAL DA ESTRUTURA

#### VI.1 - MÉTODO DE ANÁLISE

A análise estática de uma estrutura reticulada, feita pelo método dos deslocamentos, conduz a um sistema de equações algébricas lineares (equações de equilíbrio) que, sob forma matricial, apresenta o seguinte aspecto:

$$\underline{S} \underline{D} = \underline{F} \quad \text{(VI.1)}$$

sendo  $\underline{S}$  a matriz de rigidez da estrutura,  $\underline{D}$  o vetor dos deslocamentos e  $\underline{F}$  o vetor de forças.

Da resolução do sistema (VI.1), obtém-se os deslocamentos nas direções de todos os graus de liberdade considerados no modelo e conseqüentemente, os esforços solicitantes nas extremidades dos elementos. As reações de apoio podem ser calculadas através de esforços nas extremidades dos elementos que incidem nestes apoios.

Um coeficiente  $s_{ij}$  da matriz de rigidez, pertencente à  $i$ -ésima linha e  $j$ -ésima coluna, representa a força restritiva na direção do grau de liberdade de numeração  $i$ , quando impõe-se sobre a estrutura um deslocamento unitário na direção do grau de liberdade  $j$ , mantendo-se nulos todos os demais deslocamentos. Este coeficiente só será diferente de zero, se existir algum elemento estrutural interligando os pontos nodais onde estas numerações estão definidas. Pelas particularidades

de uma estrutura de edifício, analisada de acordo com o modelo estrutural utilizado neste trabalho, verifica-se que é nula a grande parcela de tais coeficientes. Isto porque, um andar só se acopla com os que lhe são adjacentes, de onde resulta um alto índice de esparsidade da matriz de rigidez. Atentar ao máximo para este fato é que resultará uma programação eficiente.

Para facilidade de implementação computacional, os andares são numerados de cima para baixo. A numeração dos pontos nodais, no entanto, deve ser fixada pelo analista estrutural. Se, em um andar genérico  $n$ , numerar-se inicialmente os graus de liberdade correspondentes aos deslocamentos independentes de nó (fig. II.8.b) e então os correspondentes aos deslocamentos de corpo rígido do andar (fig. II.8.a), o sistema (VI.1) poderá ser subdividido de acordo com o esquematizado na página seguinte, onde se representou apenas as submatrizes não nulas.

Nesta subdivisão:

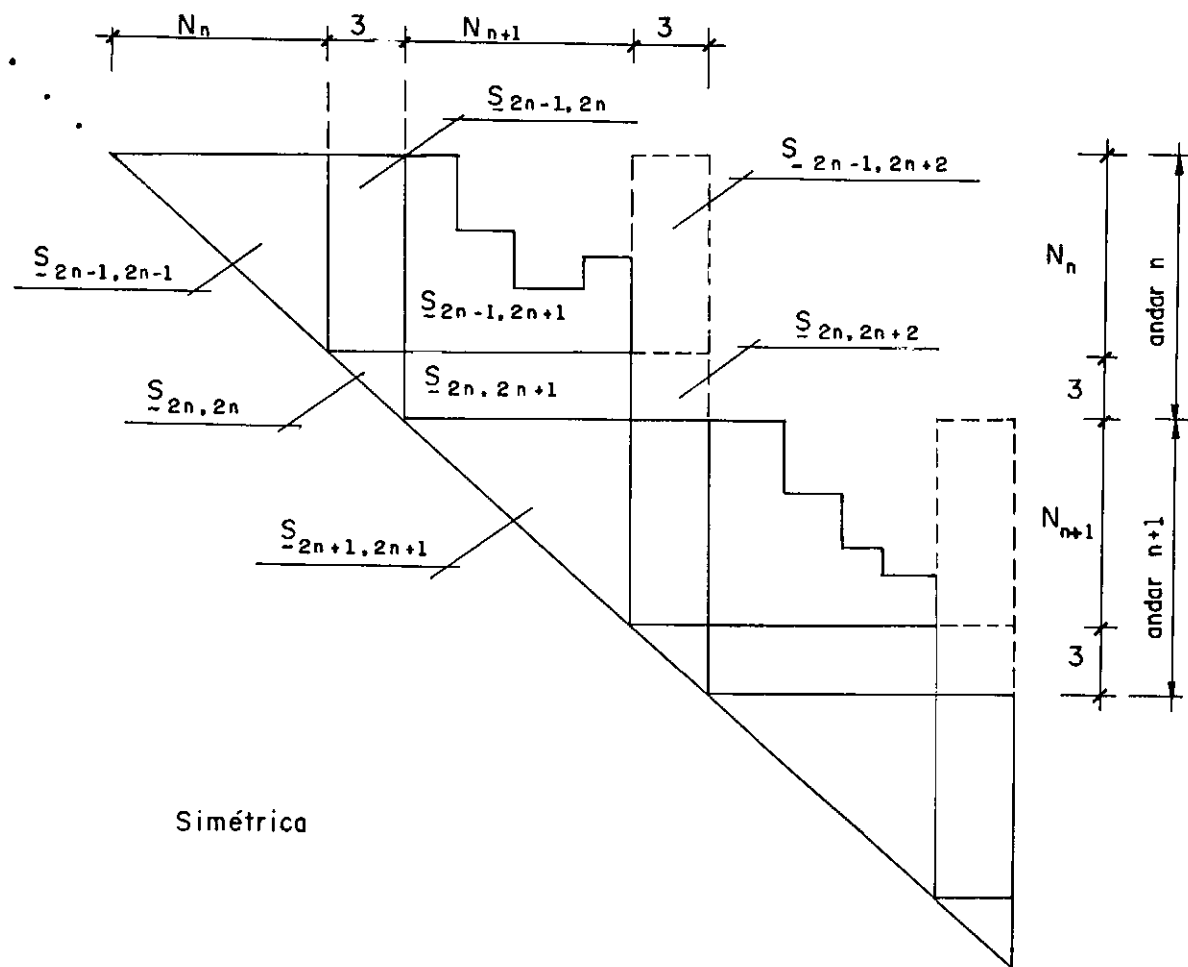
$\tilde{D}_{2n-1}$  representa os deslocamentos independentes de nó,  
 $\tilde{D}_{2n}$  representa os deslocamentos de corpo rígido da laje,  
 $\tilde{F}_{2n-1}$  são as cargas nodais combinadas e  
 $\tilde{F}_{2n}$  são as cargas aplicadas sobre a laje.

$$\tilde{F}_{2n-1} = (\tilde{A}_a)_{2n-1} - (\tilde{A}_{EG})_{2n-1} \quad ,$$

$(\tilde{A}_a)_{2n-1}$  são as cargas aplicadas diretamente sobre os nós,  
 $(\tilde{A}_{EG})_{2n-1}$  são os esforços de engastamento perfeito relacionados aos eixos globais e

$p$  é o número de andares da estrutura





$$\begin{bmatrix} \vdots \\ D_{2n-1} \\ D_{2n} \\ D_{2n+1} \\ D_{2n+2} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \\ F_{2n-1} \\ F_{2n} \\ F_{2n+1} \\ F_{2n+2} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Fig VI. 1 -Particionamento do sistema VI.1 em submatrizes

O índice  $n$  caracteriza que estes subvetores estão designados para o andar  $n$  ( $n = 1, p$ ). O último subvetor  $D_{2p+1}$  representa os deslocamentos independentes dos nós correspondentes aos apoios da base da estrutura. (Estes deslocamentos serão sempre prescritos - condições de contorno cinemáticas - sendo nulos na maioria das situações práticas).

Pode-se ter uma melhor visualização do comportamento das submatrizes, obtidas segundo o particionamento acima, observando-se a figura (VI.1). As submatrizes  $S_{2n-1, 2n+2}$  e  $S_{2n, 2n+2}$  foram desenhadas em linha tracejada para salientar que, ao se empregar a técnica dos deslocamentos relativos de andar (item VI.2.1), tais submatrizes são nulas. As demais submatrizes foram desenhadas nas formas em que serão tratadas no programa de computador.  $N_n$  é o número de graus de liberdade correspondente aos deslocamentos independentes de nó no andar  $n$ ,  $N_{n+1}$  idem no andar  $n+1$  e 3 é o número de deslocamentos de corpo rígido da laje.

## VI.2 - TÉCNICAS COMPUTACIONAIS UTILIZADAS

### VI.2.1 - Deslocamento Relativo de Andar

O conceito de deslocamento relativo de andar fica claro com o auxílio da figura (VI.2). Para simplificar o desenho, representou-se a estrutura em uma forma unidimensional, com deslocamentos na direção  $X$ . Deve-se ter em mente no entanto que a estrutura é tridimensional e que tais deslocamentos são os de corpo rígido do andar, razão pela qual adotou-se a notação matrici

cial para representá-los.

Os referidos deslocamentos poderão ser medidos em relação ao referencial global XYZ - neste caso denominados deslocamentos absolutos de andar (fig. VI.2.b) - ou em relação ao andar imediatamente inferior - neste caso denominados deslocamentos relativos de andar (fig. VI.2.c).

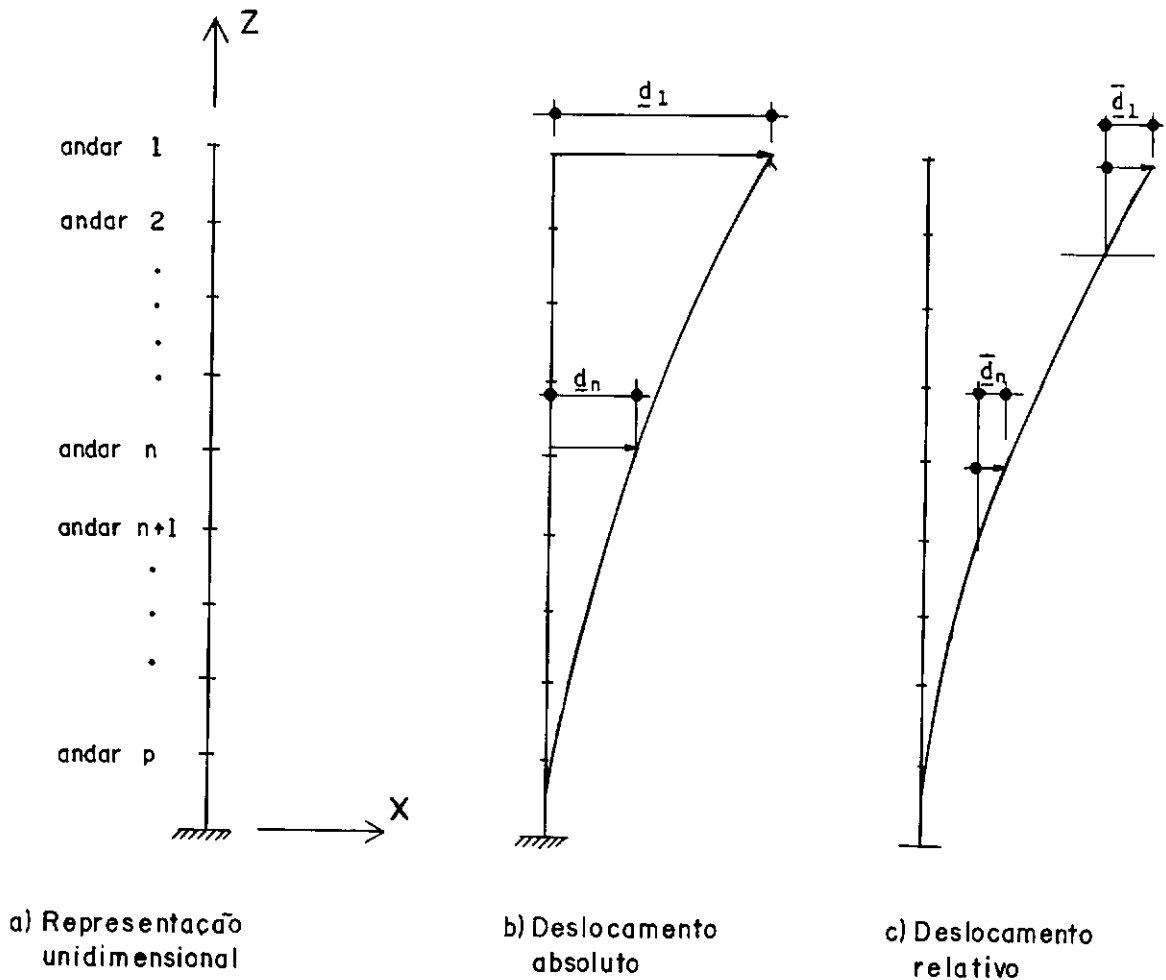


Fig VI.2 - Deslocamentos de corpo rígido de andar

Observando-se a figura (VI.2), percebe-se que os deslocamentos absolutos de um andar genérico  $n$  são iguais ao somatório dos deslocamentos relativos deste andar e dos que lhe são inferiores (soma matricial),

$$\underline{d}_n = \underline{D}_{2n} = \sum_{\ell=n}^p \underline{\bar{d}}_{\ell} \quad (\text{VI.3})$$

$$\begin{bmatrix} \underline{D}_1 \\ \underline{D}_2 \\ \vdots \\ \underline{D}_{2n-1} \\ \underline{D}_{2n} \\ \vdots \\ \underline{D}_{2p-1} \\ \underline{D}_{2p} \\ \underline{D}_{2p+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} & \dots & \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} & \dots & \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} \\ & \underline{I} & \underline{0} & \underline{I} & \dots & \underline{0} & \underline{I} & \underline{0} & \underline{I} & \dots & \underline{0} & \underline{I} & \underline{0} \\ & & \ddots & & & & & & & & & & \\ & & & \ddots & & & & & & & & & \\ & & & & \ddots & & & & & & & & \\ & & & & & \underline{I} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} & \dots & \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} \\ & & & & & \underline{I} & \underline{0} & \underline{I} & \underline{0} & \dots & \underline{0} & \underline{I} & \underline{0} \\ & & & & \underline{0} & & \ddots & & & & & & \\ & & & & & & & \ddots & & & & & \\ & & & & & & & & \ddots & & & & \\ & & & & & & & & & \underline{I} & \underline{0} & \underline{0} \\ & & & & & & & & & \underline{I} & \underline{0} \\ & & & & & & & & & & \underline{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\bar{D}}_1 \\ \underline{\bar{D}}_2 \\ \vdots \\ \underline{\bar{D}}_{2n-1} \\ \underline{\bar{D}}_{2n} \\ \vdots \\ \underline{\bar{D}}_{2p-1} \\ \underline{\bar{D}}_{2p} \\ \underline{\bar{D}}_{2p+1} \end{bmatrix} \quad (\text{VI.4})$$

em que:

$$\underline{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sob forma compacta, tem-se:

$$\underline{D} = \underline{T} \underline{\bar{D}} \quad (\text{VI.5})$$

Substituindo em (VI.1), após pré-multiplicar ambos os lados desta equação por  $\underline{T}^t$ , resulta:

$$\underline{T}^t \underline{S} \underline{T} \underline{\bar{D}} = \underline{T}^t \underline{F} \quad (\text{VI.6})$$



Fazendo

$$\bar{\underset{\sim}{S}} = \underset{\sim}{T}^t \underset{\sim}{S} \underset{\sim}{T} \quad (\text{VI.7})$$

e

$$\bar{\underset{\sim}{F}} = \underset{\sim}{T}^t \underset{\sim}{F} \quad , \text{ tem-se} \quad (\text{VI.8})$$

$$\bar{\underset{\sim}{S}} \bar{\underset{\sim}{D}} = \bar{\underset{\sim}{F}} \quad (\text{VI.9})$$

que representa o sistema de equações de equilíbrio em coordenadas relativas. A análise da expressão (VI.8) mostra que :

$$\bar{\underset{\sim}{F}}_{2n} = \sum_{\ell=1}^n (\underset{\sim}{F}_{2n})_{\ell} \quad (\text{VI.10})$$

Isto significa que em coordenadas relativas, para fins de resolução do sistema (VI.9), as forças aplicadas no andar  $\underset{\sim}{n}$  são iguais ao somatório das forças aplicadas ao nível da laje  $\underset{\sim}{n}$  e das que lhe são superiores. Não havendo possibilidade de confusão, retira-se a barra nos termos da equação (VI.9), tendo-se em mente, no entanto, que se trata de coordenadas relativas.

Com vistas à obtenção dos coeficientes de rigidez, referentes aos deslocamentos de corpo rígido de andar, representou-se na figura (VI.3) os efeitos sobre o modelo estrutural, de um deslocamento unitário em uma das deslocabilidades da  $n$ -ésima laje e mantendo nulos os demais deslocamentos. Em coordenadas relativas, para que resultem deslocamentos relativos nulos, é necessário que os andares superiores à laje  $\underset{\sim}{n}$  também sofram deslocamentos unitários, o que não acontece em coordenadas absolutas. Deste modo, não existe influência entre os graus de liberdade referentes aos deslocamentos de corpo rígido do andar  $\underset{\sim}{n}$

com os graus de liberdade, independentes de nó ou de corpo rígido, do andar  $n-1$ . Logo, são nulas as submatrizes  $\underline{S}_{2n-2,2n}$ ,  $\underline{S}_{2n-3,2n}$  e suas simétricas para  $n$  variando de 1 a  $p$  - número de pavimentos. (Na figura (VI.1) são as submatrizes  $\underline{S}_{2n-1,2n+2}$  e  $\underline{S}_{2n,2n+2}$ )\*.

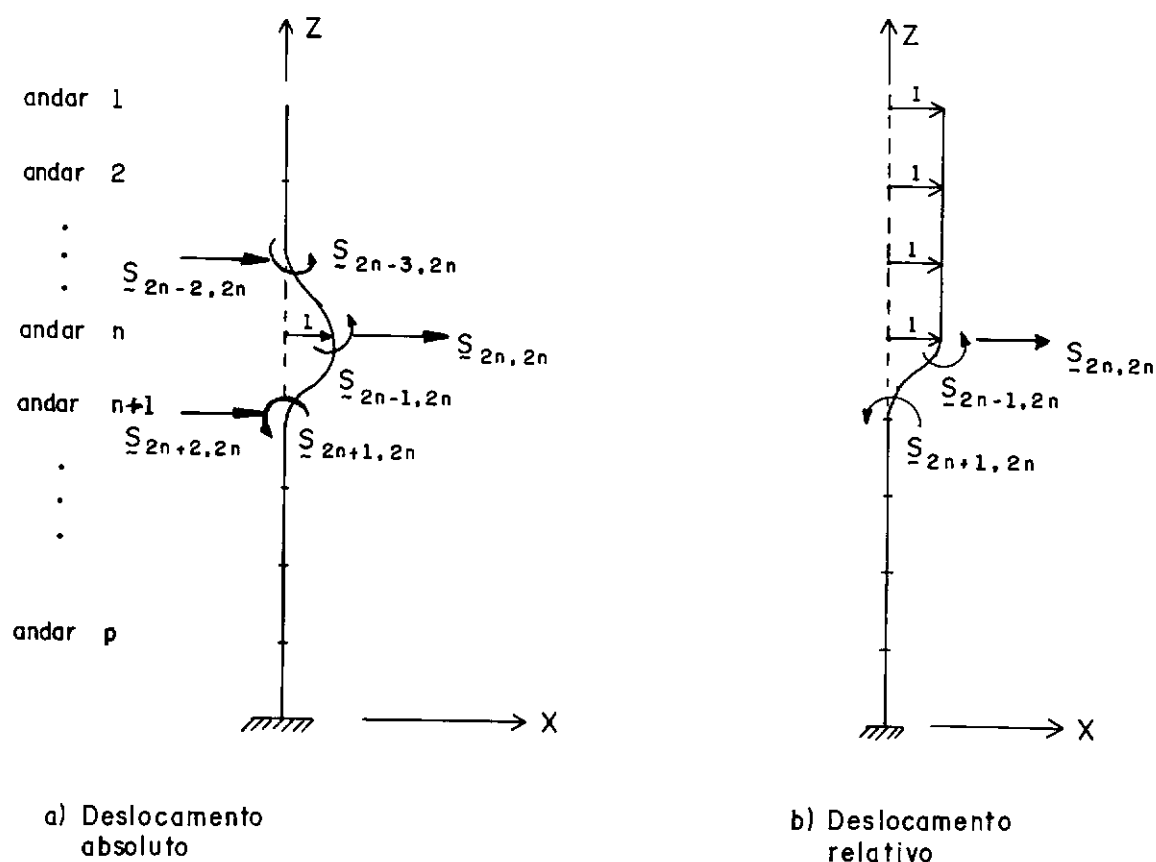


Fig VI.3 - Coeficientes de rigidez devidos a um deslocamento unitário no andar  $n$

\* O conceito de deslocamentos relativos de andar é tão somente uma técnica para aumentar a esparsidade da matriz de rigidez, ficando transparente para quem utilizar o programa elaborado para o computador.

### VI.2.2 - Altura Efetiva de Coluna

O fato de não existir elementos estruturais que interliguem um ponto nodal qualquer, em um andar qualquer, com todos os demais pontos nodais neste andar, nem tampouco com todos os pontos nodais dos andares adjacentes, faz com que as submatrizes  $S_{2n-1,2n-1}$  e  $S_{2n-1,2n+1}$  definidas para este andar (fig. VI.1), tenham uma forma escalonada, às vezes designada como "sky-line".

A dificuldade de se estabelecer uma rotina de programação eficiente que considerasse esta forma em "sky-line" para a submatriz  $S_{2n-1,2n-1}$ , tornou obrigatória a se tomar tal submatriz em sua forma triangular cheia (como representada na fig. VI.1). Esta dificuldade, no entanto, diminui para o caso da submatriz  $S_{2n-1,2n}$ . É possível então, armazenar os coeficientes da referida submatriz, em um vetor unidimensional, a partir do primeiro coeficiente não-nulo de cada coluna. Esta técnica é conhecida como "armazenamento por altura efetiva de coluna".

### VI.2.3 - Montagem da Matriz de Rigidez por Blocos

Seria inviável, ou até mesmo impossível dependendo do tamanho da estrutura, armazenar na memória principal do computador, ao mesmo tempo, toda a matriz de rigidez da estrutura, mesmo considerando a forma apresentada na figura (VI.1). Para tornar o programa elaborado mais flexível é necessário pois, processar a montagem desta matriz de rigidez por blocos, retendo-se em memória principal apenas um bloco de cada vez, sendo os demais armazenados temporariamente em memória auxiliar.

Para se entender o processo, deve-se salientar que as vigas situadas em um andar genérico  $n$  contribuem com suas rigidezes para a formação da submatriz  $\tilde{S}_{2n-1,2n-1}$  (fig. VI.1), enquanto que os pilares deste andar (situados imediatamente abaixo da  $n$ -ésima laje) contribuem para a formação das demais submatrizes definidas neste andar, além de  $\tilde{S}_{2n+1,2n+1}$ . Pode-se notar que, em termos de coeficientes de rigidez, o acoplamento do andar  $n$  com o andar  $n+1$  é feito unicamente através da submatriz  $\tilde{S}_{2n+1,2n+1}$ , fato este que facilita a montagem por blocos.

Trabalha-se assim com o conceito de matriz de rigidez de andar. Inicia-se o processo de montagem da matriz de rigidez da estrutura pelo primeiro andar (andar de topo), cuja matriz de rigidez é a seguinte:

$$\tilde{S}^{(1)} = \begin{bmatrix} \tilde{S}_{11} & \tilde{S}_{12} & \tilde{S}_{13} \\ & \tilde{S}_{22} & \tilde{S}_{23} \\ \text{Sim.} & & \tilde{S}_{33}^{(1)} \end{bmatrix} \quad (\text{VI.11})$$

onde o índice superior (1) em  $\tilde{S}_{33}$  significa que, por ser esta a submatriz que acopla o 1º e 2º andares, falta nela computar os coeficientes de rigidez correspondentes aos elementos do 2º andar. Em forma esquemática, a expressão (VI.11) pode ser representada pela figura (VI. 4) (parte da fig. VI.1).

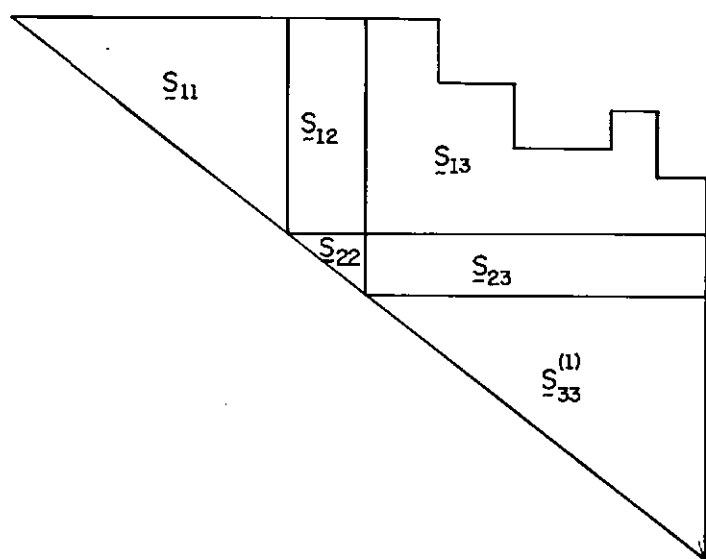


Fig VI. 4 - Representação esquemática da matriz de rigidez do 1º andar

Numa etapa seguinte, procede-se a modificação (triangularização) dos coeficientes de rigidez destas submatrizes, aplicando-se o método de Cholesky (12). Findo este processo, as submatrizes  $S_{11}$ ,  $S_{12}$ ,  $S_{13}$ ,  $S_{22}$  e  $S_{23}$  são transferidas para memória auxiliar, enquanto  $S_{33}^{(1)}$ , parcialmente modificada, vem a ocupar em memória principal, a área antes ocupada por  $S_{11}$ .

Em seguida efetua-se a montagem da matriz de rigidez do 2º andar

$$\begin{bmatrix} S_{33} & S_{34} & S_{35} \\ & S_{44} & S_{45} \\ & & S_{55}^{(2)} \end{bmatrix}$$

adicionando-se à  $\underline{s}_{33}^{(1)}$  os coeficientes correspondentes ao andar atual. Pelo mesmo motivo anterior,  $\underline{s}_{55}^{(2)}$  estará incompleta. Repete-se então a rotina de aplicação do método de Cholesky, transferência para memória auxiliar e assim sucessivamente até o último andar (andar da base da estrutura). No final resultará, armazenada em memória auxiliar, toda a matriz de rigidez da estrutura, já triangularizada.

No exposto acima nada se cogitou a respeito da montagem do(s) vetor(es) de carregamento. Conforme ver-se-á no capítulo seguinte, a pequena quantidade de memória principal disponível no micro-computador utilizado, impossibilitou que esta montagem fosse feita simultaneamente com a montagem da matriz de rigidez.

### VI.3 - CONSIDERAÇÃO DOS APOIOS

A consideração dos apoios, tanto os existentes na base da estrutura quanto os apoios elásticos laterais de andar, deve ser feita na fase de montagem da matriz de rigidez, antes da etapa de modificação dos coeficientes desta matriz. Os primeiros (apoios na base) constituem de fato as condições de contorno cinemáticas do problema, sem os quais, o sistema (VI.1) não poderia ser resolvido.

### VI.3.1 - APOIOS NA BASE DA ESTRUTURA

São as seguintes as equações de equilíbrio que são influenciadas pelos apoios existentes na base da estrutura (última linha do sistema VI.2):

$$\begin{bmatrix} \tilde{s}_{2p+1,2p-1} & \tilde{s}_{2p+1,2p} & \tilde{s}_{2p+1,2p+1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{D}_{2p-1} \\ \tilde{D}_{2p} \\ \tilde{D}_{2p+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tilde{F}_{2p-1} \\ \tilde{F}_{2p} \\ \tilde{F}_{2p+1} \end{Bmatrix} \quad (\text{VI.12})$$

Nesta expressão, seja  $i$  uma direção qualquer de deslocamento independente de nó. Pode-se escrever a equação de equilíbrio correspondente da seguinte maneira:

$$\sum_{j=1}^{i-1} s_{ij} d_j + s_{ii} d_i + \sum_{j=i+1}^p s_{ij} d_j = f_i \quad (\text{VI.13})$$

Nesta direção  $i$  poderá haver um deslocamento prescrito (nulo ou recalque de apoio) ou um apoio elástico (uma situação exclui a outra). As técnicas que permitem a consideração destes casos estão descritas abaixo:

#### a) Deslocamentos Prescritos

Seja  $\delta_i$  o deslocamento prescrito na direção  $i$ . Pode-se supor que, conectado ao nó onde a direção  $i$  foi definida, exista um elemento estrutural com rigidez infinita -  $s_\infty$  - a esta direção\*. Neste caso a equação (VI.13) resulta:

---

\* computacionalmente  $s_\infty \approx 10^{20}$

$$\sum_{j=1}^{i-1} s_{ij} d_j + (s_{ii} + s_{\infty}) d_i + \sum_{j=i+1}^p s_{ij} d_j = f_i \quad (\text{VI.14})$$

Desprezando-se os somatórios nesta equação (são comparavelmente menores que  $(s_{ii} + s_{\infty})$  e fazendo

$$f_i = (s_{ii} + s_{\infty}) \delta_i \quad (\text{VI.15})$$

obtêm-se, com suficiente precisão numérica:

$$(s_{ii} + s_{\infty}) d_i = (s_{ii} + s_{\infty}) \delta_i \quad d_i = \delta_i$$

#### b) Apoios Elásticos

Seja  $s'_{ii}$  o coeficiente de rigidez de apoio elástico correspondente à direção  $i$ . De maneira semelhante ao caso anterior, pode-se supor que, conectado ao nó onde a direção  $i$  foi definida, exista um elemento estrutural contribuindo com uma rigidez  $s'_{ii}$  a esta direção. A equação (VI.13) resulta simplesmente:

$$\sum_{j=1}^{i-1} s_{ij} d_j + (s_{ii} + s'_{ii}) d_i + \sum_{j=i+1}^p s_{ij} d_j = f_i \quad (\text{VI.16})$$



### VI.3.2 - Apoios Elásticos Laterais dos Andares

Os apoios elásticos laterais de andar são tratados de modo idêntico ao caso dos apoios elásticos na base da estrutura. Ou seja, soma-se ao correspondente termo da diagonal principal da matriz de rigidez, o coeficiente de apoio elástico na direção considerada. Se  $n$  designar o número do andar com apoios elásticos, serão modificados os coeficientes da diagonal principal da submatriz  $S_{2n,2n}$  na figura (VI.1).

A grande vantagem em se considerar apoios elásticos laterais de andar reside na análise de estruturas simétricas sujeitas a carregamentos simétricos conforme o exemplo da figura (VI.5). A introdução de apoios elásticos de grande rigidez, nas direções adequadas, permite analisar-se somente a metade da estrutura. No exemplo da figura (VI.5), o apoio elástico na direção 1 impede que o andar se desloque na direção  $X$ , enquanto que o apoio elástico na direção 3 impede que o andar rotacione em torno de  $Z$ .

Decorrente desta consideração de simetria, é necessário efetuar certas modificações nas propriedades geométricas dos elementos estruturais (e nos carregamentos sobre eles atuantes) situados no plano de simetria, de acordo com os casos especificados a seguir.

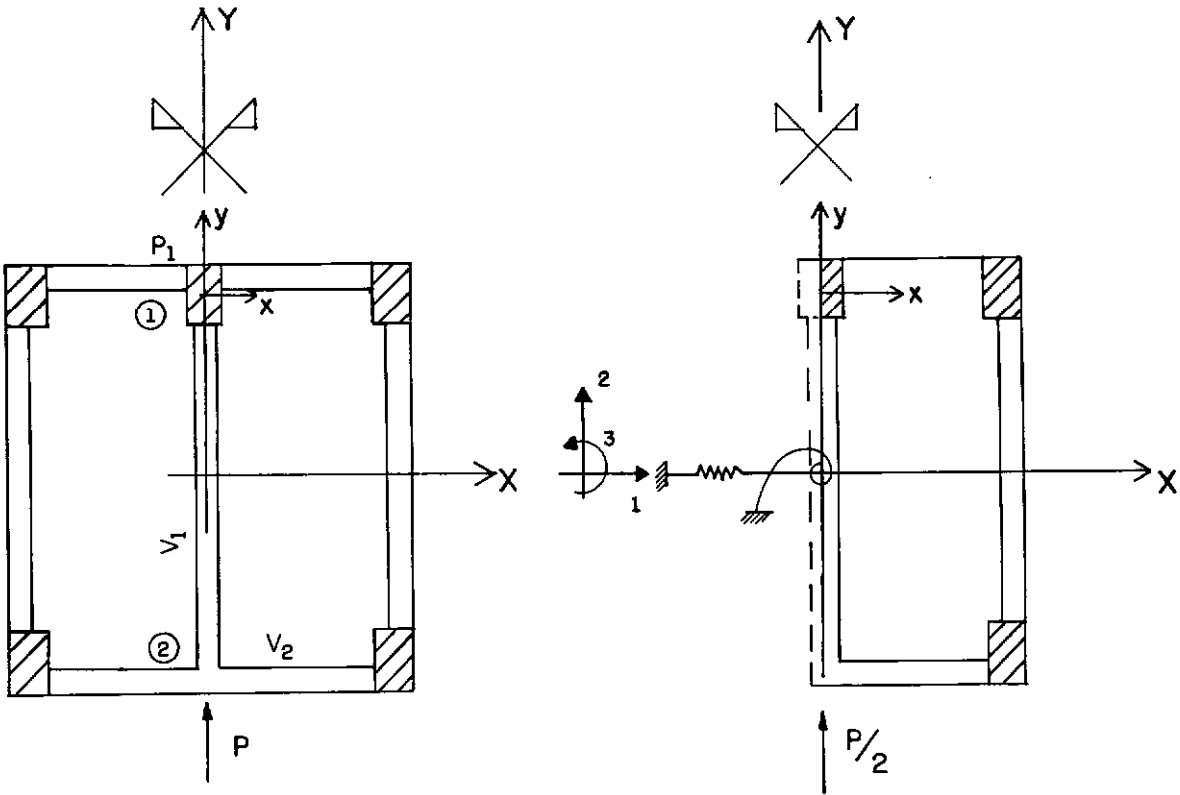


Fig VI.5 - Exemplo de aplicação de apoios elásticos de andar

a) Eixo de simetria corta um pilar

Supondo que os eixos principais de inércia  $xy$  sejam paralelos aos eixos globais  $XY$  (pilar P1 na fig. VI.5), substitui-se o pilar real por outro com as seguintes características:

$$I_x^s = \frac{I_x^r}{2}$$

$$I_y^s \gg I_y^r$$

$$A_y^s = \frac{A_y^r}{2}$$

$$I_z^s = 0$$

$$A_z^s = \frac{A_z^r}{2}$$

$$A_x^s = 0$$

em que o índice superior  $s$  significa pilar substituído e  $r$

pilar real. A condição  $I_Y^S \gg I_Y^r$  impedirá que o ponto nodal rotacione em torno de  $Y$ .

b) Eixo de simetria corta uma viga perpendicularmente

No ponto de intersecção do eixo de simetria com a viga (ponto 2 na fig. VI.5) cria-se um pilar fictício com todas as propriedades geométricas nulas, exceto  $I_Y$ . Identicamente ao caso anterior, a este deve ser atribuído um valor muito grande para impedir a rotação deste nó em torno de  $Y$ .

c) Eixo de simetria corta uma viga paralelamente

Substitui-se a viga real (VI na fig. VI.5) por outra com as seguintes propriedades:

$$I_Y^S = I_Y^r / 2$$

$$A_X^S = A_X^r / 2$$

$$I_X^S - \text{valor muito grande}$$

$$q^S = q^r / 2$$

em que  $q$  representa as cargas sobre a viga.

É normal não se atribuir os valores adequados para os coeficientes de rigidez de apoios elásticos de andar, ou para os momentos de inércia de pilares ou vigas, segundo os casos analisados acima. Deste fato resultarão pequenos deslocamentos (pequenos quando comparados com os demais deslocamentos) nas di

reções onde teoricamente tais deslocamentos são nulos. Sendo assim, pequenos deslocamentos associados a grandes valores de rigidez, resultarão esforços da ordem de grandeza dos demais esforços na estrutura. Estes esforços, no entanto, devem ser desprezados pois são resultados unicamente de problemas numéricos.

#### VI.4 - UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DE CHOLESKY

Aplica-se o método de Cholesky na resolução de sistemas de equações algébricas lineares em que a matriz dos coeficientes é simétrica positiva definida\*. Baseia-se o método na decomposição desta matriz pelo produto de duas matrizes triangulares - uma triangular superior  $\underline{U}$  e sua transposta  $\underline{U}^t$ . Se  $\underline{S}$  designa a matriz de rigidez da estrutura, pode-se escrever:

$$\underline{S} = \underline{U}^t \underline{U} \quad (\text{VI.17})$$

Substituindo (VI.17) em (VI.1), vem:

$$\underline{U}^t \underline{U} \underline{D} = \underline{F} \quad (\text{VI.18})$$

Fazendo:

$$\underline{Y} = \underline{U} \underline{D} \quad (\text{VI.19})$$

resulta:

$$\underline{U}^t \underline{Y} = \underline{F} \quad (\text{VI.20})$$

---

\* A matriz de rigidez de uma estrutura devidamente vinculada é sempre simétrica positiva definida.

O processo acima sugere três etapas básicas, que estão descritas a seguir.

### 1ª etapa - Triangularização da Matriz

Desenvolvendo-se genericamente o sistema (VI.17), chega-se ao seguinte algoritmo, que define os coeficientes da matriz  $\underline{U}$  :

- termos da diagonal principal

para  $i=1 \rightarrow n$  (número de equações do sistema)

$$u_{ii} = \sqrt{s_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} u_{ki}^2} \quad (\text{VI.21})$$

- termos fora da diagonal principal

para  $i=1 \rightarrow n$

para  $j=1 \rightarrow i-1$

$$u_{ij} = \frac{s_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} u_{ki} u_{kj}}{u_{ii}} \quad (\text{VI.22})$$

sendo  $s_{ii}$  e  $s_{ij}$  termos genéricos na e fora da diagonal principal de  $\underline{S}$ , respectivamente.

Analisando-se as equações (VI.21) e (VI.22) pode-se notar que, para se conseguir um termo  $u_{ii}$  ou  $u_{ij}$ , são necessários apenas os termos que lhes são superiores nas colunas  $i$  ou  $j$  (fig. VI.6), e portanto já modificados, além dos próprios termos  $s_{ii}$  ou  $s_{ij}$ . Este fato é de suma importância pois é, na verdade, o que permite a montagem da matriz de rigidez por blocos, segundo esquematizado no item (VI.2.3).

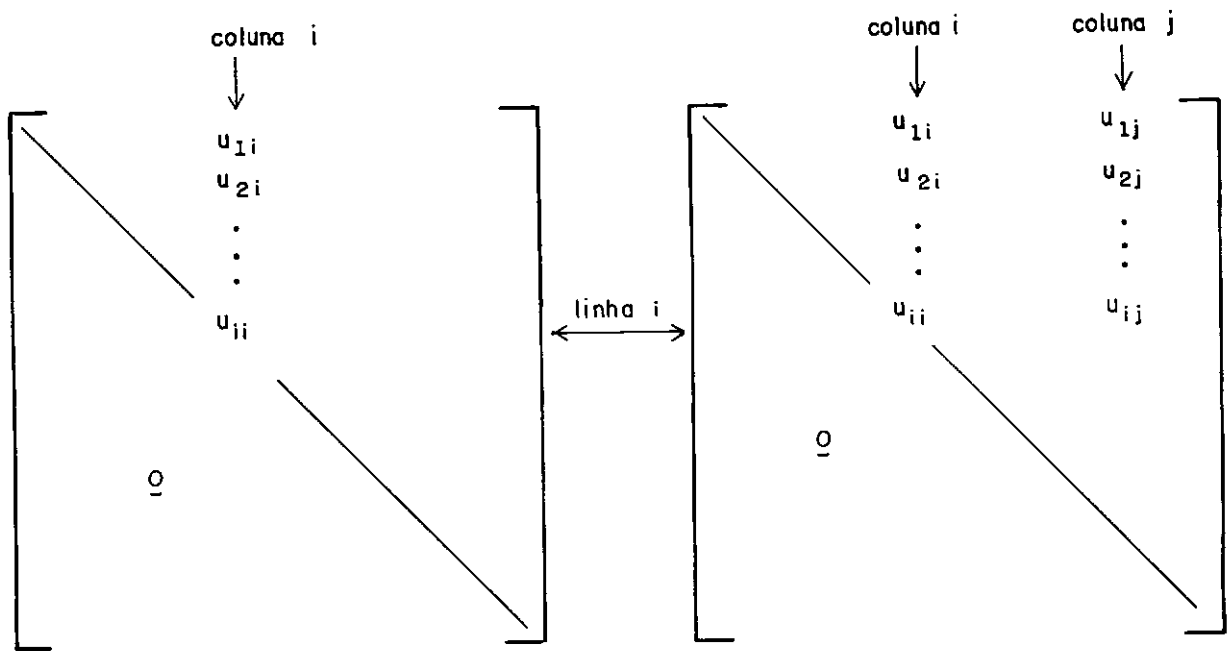


Fig VI. 6 - Coeficientes necessários para se obter um termo  $u_{ii}$  ou  $u_{ij}$  pelo método de Cholesky

Na equação (VI.11), as submatrizes  $\underline{S}_{11}$ ,  $\underline{S}_{12}$ ,  $\underline{S}_{13}$ ,  $\underline{S}_{22}$  e  $\underline{S}_{23}$  estão completas e, portanto, após a aplicação do método, resultarão integralmente modificadas. Para termos genéricos da submatriz  $\underline{S}_{33}$ , as equações (VI.21) e (VI.22) podem ser desdobradas da seguinte maneira:

$$u_{ii} = \sqrt{\left[ s_{ii}^{(1)} - \sum_{k=1}^{\ell} u_{ki}^2 \right] + \left[ s_{ii}^{(2)} - \sum_{k=\ell}^{i-1} u_{ki}^2 \right]} \quad (\text{VI.23})$$

e

$$u_{ij} = \frac{\left[ s_{ij}^{(1)} - \sum_{k=1}^{\ell} u_{ki} u_{kj} \right] + \left[ s_{ij}^{(2)} - \sum_{k=\ell}^{i-1} u_{ki} u_{kj} \right]}{u_{ii}} \quad (\text{VI.24})$$

em que  $\ell$  é o número de graus de liberdade do 1º andar,

$$s_{ii} = s_{ii}^{(1)} + s_{ii}^{(2)}$$

$$s_{ij} = s_{ij}^{(1)} + s_{ij}^{(2)}$$

com os superescritos (1) e (2) designando 1º e 2º andares. Durante a fase de montagem e resolução do sistema de equações, os termos dentro dos primeiros colchetes de (VI.23) e (VI.24) são computados no 1º andar. Estes coeficientes ficarão completos no andar seguinte, quando então, todo o processo se inicia novamente.

Pelo exposto acima ressalta-se que, necessariamente um andar só pode se acoplar com os que lhe são adjacentes (superior e inferior), ou seja, não poderá existir um pilar interligando duas lajes não consecutivas.

2ª etapa - Modificação dos Vetores de Carregamento (eq. VI.20)

No caso de existirem  $c$  casos de carregamento, o algoritmo que permite obter o vetor  $\underline{y}$  é o seguinte:

para  $j=1 \rightarrow c$

para  $i=1 \rightarrow n$

$$y_{ij} = \frac{f_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} u_{ki} y_{kj}}{u_{ii}} \quad (\text{VI.25})$$

### 3ª etapa - Obtenção dos Deslocamentos (eq. VI.19)

Por um processo de retrossubstituição (da última equação para a primeira), os deslocamentos são obtidos como se segue:

para  $j=1 \rightarrow c$

para  $i=n \rightarrow 1$

$$d_{ij} = \frac{y_{ij} - \sum_{k=i+1}^n u_{ik} d_{kj}}{u_{ii}} \quad (\text{VI.26})$$

## VI.5 - ESFORÇOS NAS EXTREMIDADES DOS ELEMENTOS

### VI.5.1 - Vigas

Os esforços nas extremidades das vigas, na direção dos eixos locais (figs. IV.1 e IV.3), podem ser obtidos pela expressão (IV.1).

Sendo:

$$\underline{D}_{VL} = \underline{T}_V \underline{R}_V \underline{D}_{VG} \quad , \text{ resulta} \quad (\text{VI.27})$$

$$\underline{A}_{VL} = \underline{S}_{VL} \underline{T}_V \underline{R}_V \underline{D}_{VG} + \underline{A}_{EL} \quad (\text{VI.28})$$

em que  $\underline{D}_{VG}$  é o vetor de deslocamentos dos nós extremos da viga, nas direções dos eixos globais. As demais matrizes foram definidas no capítulo anterior.



## IV.5.2 - Pilares

De modo semelhante ao descrito acima, os esforços nos extremos dos pilares são positivos quando vetorialmente apontam nas direções positivas dos eixos locais, podendo ser calculados pela equação (IV.13).

Para pilares de seção aberta (fig. IV.8.b), o vetor de deslocamentos dos nós extremos, em relação aos eixos locais é:

$$\underline{D}_{PL} = \underline{T}_{PI} \underline{R}_{\gamma} \underline{T}_{PII} \underline{D}_{PG} \quad (VI.29)$$

de onde

$$\underline{A}_{PL} = \underline{S}_{PL} \underline{T}_{PI} \underline{R}_{\gamma} \underline{T}_{PII} \underline{D}_{PG} \quad (VI.30)$$

Identicamente, para pilares de seção sólida (fig. IV.8.a), tem-se:

$$\underline{D}_{PL} = \underline{T}_{PI} \underline{R}_{\gamma} \underline{R}_{\beta} \underline{R}_{\alpha} \underline{T}_{PII} \underline{D}_{PG} \quad (VI.31)$$

resultando:

$$\underline{A}_{PL} = \underline{S}_{PL} \underline{T}_{PI} \underline{R}_{\gamma} \underline{R}_{\beta} \underline{R}_{\alpha} \underline{T}_{PII} \underline{D}_{PG} \quad (VI.32)$$

Nas equações acima,  $\underline{A}_{PL}$  é o vetor de esforços nos extremos do pilar nos eixos locais e  $\underline{D}_{PG}$  o vetor de deslocamentos destes mesmos extremos em relação aos eixos globais. Os outros parâmetros aparecem no capítulo anterior.

## VI.6 - REAÇÕES DE APOIO

As reações de apoio, em um nó da base da estrutura, podem ser calculadas a partir dos esforços nas extremidades inferiores dos pilares que incidem neste nó, decompondo vetorialmente estes esforços dos eixos locais para os eixos globais.

Se o pilar for de seção aberta (neste caso, por imposição do programa, só existirá um pilar chegando ao ponto nodal em questão), pode-se escrever:

$$\underline{R}_A = \underline{T}_{APII}^t \underline{R}_{AY}^t \underline{T}_{API}^t \underline{A}_{APL} \quad (VI.29)$$

em que  $\underline{R}_A$  é o vetor contendo as reações de apoio no nó,  $\underline{A}_{APL}$  é o vetor dos esforços na extremidade inferior do pilar e

$$\underline{T}_{APII} = \begin{bmatrix} \underline{T}_i & 0 \\ 0 & \underline{T}_a \end{bmatrix}$$

$$\underline{T}_a = \underline{T}_i^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y_i \\ 0 & 1 & x_i \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}_{AY} = \begin{bmatrix} \underline{R}_Y^1 & 0 \\ 0 & \underline{R}_Y^2 \end{bmatrix}$$

e

$$\underline{T}_{API} = \begin{bmatrix} \underline{T}_{PI}^1 & 0 \\ 0 & \underline{I} \end{bmatrix}$$

As submatrizes nas equações acima foram definidas no item (V.3.1).

Para o caso de ao ponto nodal convergirem diversos pilares de seção sólida, o vetor de reações de apoio é o seguinte:

$$\tilde{R}_A = \sum_{i=1}^{np} \begin{bmatrix} T_{APII}^{(t)i} & R_{A\alpha}^{(t)i} & R_{A\beta}^{(t)i} & R_{A\gamma}^{(t)i} & T_{API}^{(t)i} & A_{APL}^i \end{bmatrix} \quad (VI.30)$$

sendo  $np$  o número de pilares que convergem ao nó e

$$T_{APII} = \begin{bmatrix} T_{pi} & 0 \\ 0 & T_{pi}^t \end{bmatrix}$$

$$R_{A\alpha} = \begin{bmatrix} R_{\alpha}^1 & 0 \\ 0 & R_{\alpha}^1 \end{bmatrix}$$

$$R_{A\beta} = \begin{bmatrix} R_{\beta}^1 & R_{\beta}^2 \\ R_{\beta}^2 & R_{\beta}^1 \end{bmatrix}$$

$$R_{A\gamma} = \begin{bmatrix} R_{\gamma}^1 & 0 \\ 0 & R_{\gamma}^1 \end{bmatrix}$$

A matriz  $T_{API}$  é idêntica à que aparece na equação (VI.29) e as demais submatrizes foram definidas em (V.3.2).

## CAPÍTULO VII

### PROGRAMA PARA MICROCOMPUTADOR

#### VII.1 - GENERALIDADES

Baseando-se no modelo estrutural e no método de análise apresentados nos capítulos anteriores, desenvolveu-se um programa em linguagem FORTRAN, adaptável a microcomputadores de pequeno porte, para uma análise tridimensional estática dos esforços em estruturas de edifícios. Nesta programação não se considerou como preponderante o fator tempo de processamento, visto que os microcomputadores normalmente são de caráter pessoal, mas sim a reduzida quantidade de memória principal geralmente disponível (em tempos atuais). E foi justamente este último fato que impossibilitou a formação de um programa único (no sentido de um só programa residente em memória e englobando todo o processamento), exigindo-se a confecção de um sistema de programas, conforme ver-se-á adiante.

A programação desenvolvida recebeu a denominação SATEM - Sistema para Análise Tridimensional Estática de Estruturas de Edifícios em Microcomputadores.

#### VII.2 - CARACTERÍSTICAS DA PROGRAMAÇÃO

Para o ciclo completo da análise de uma estrutura, foi desenvolvido um sistema consistindo de 6 programas que são processados sequencialmente. O fluxo geral de informações, neste sistema, está esquematizado na fig. (VII.1). Genericamente de -

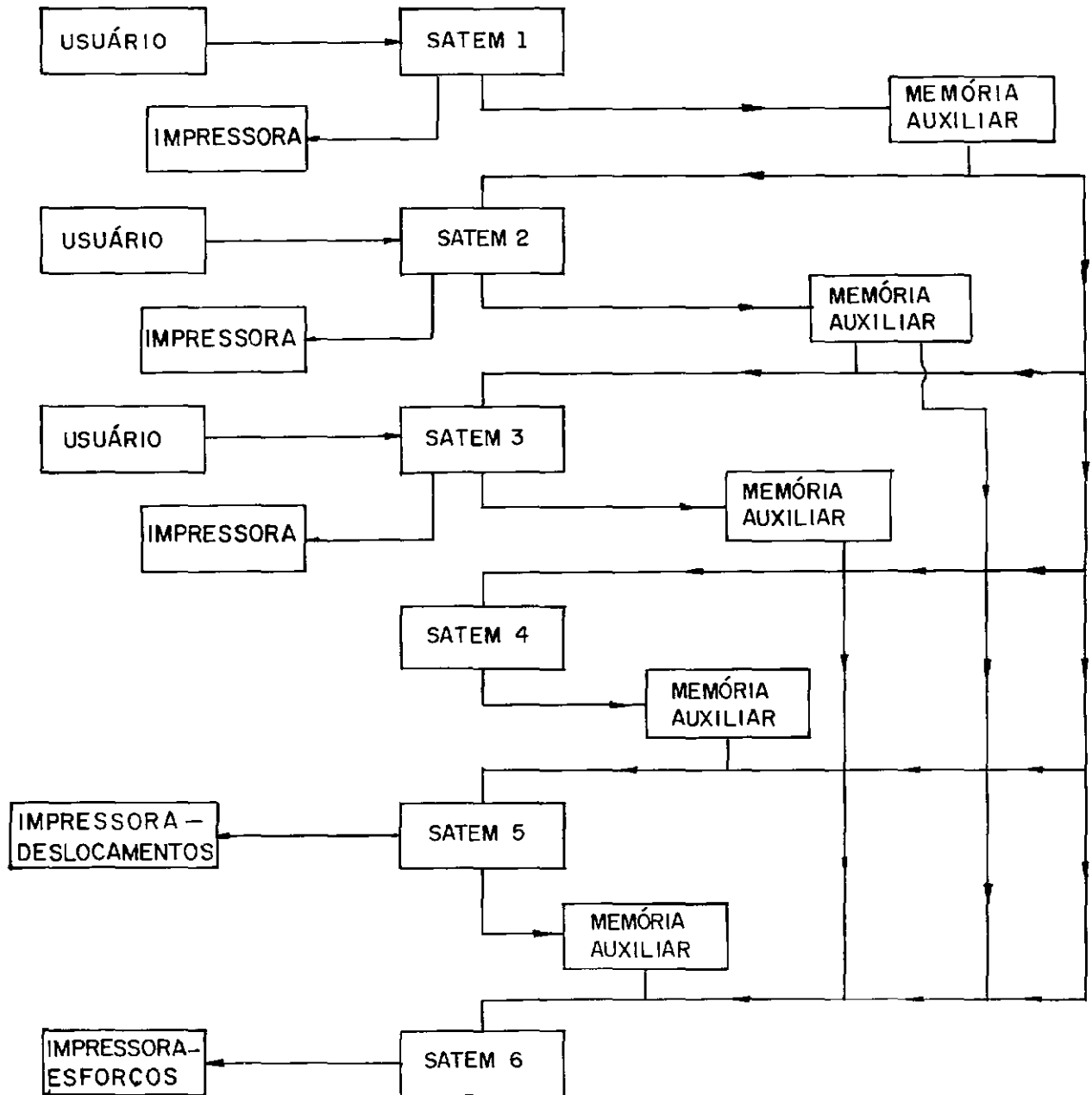


Fig VII.1 – Diagrama de fluxo de dados do sistema.

signou-se como informações, tanto os dados fornecidos pelo usuário (dados do problema) quanto os dados gerados a partir destes (matriz de rigidez, vetores de carregamento, deslocamentos nodais, esforços, etc ). Estas informações, conquanto necessárias nas etapas seguintes, são gravadas em memória auxiliar. É natural, portanto, que uma parcela não desprezível do tempo total de processamento seja consumida na transferência de informações entre a memória principal e a memória auxiliar.

Durante todas as fases de programação, fez-se uso constante de arranjos (vetores) unidimensionais para o armazenamento de informações. Esta técnica permite uma grande flexibilidade no que diz respeito ao não desperdício de posições de memória, além de certas facilidades inerentes à linguagem FORTRAN . Caso algum destes vetores tenha sua dimensão ultrapassada durante a execução do programa, envia-se uma mensagem de alerta ao usuário para redimensioná-lo (através de alteração na declaração DIMENSION) e o programa é automaticamente interrompido.

Os 6 programas desenvolvidos podem ser divididos em 2 grupos distintos, de acordo com suas funções:

#### 1. Programas para entrada de dados

- SATEM 1
- SATEM 2
- SATEM 3

#### 2. Programas para resolução do problema

- SATEM 4
- SATEM 5
- SATEM 6

### VII.3 - CARACTERÍSTICAS DO MICROCOMPUTADOR UTILIZADO

Todo o sistema foi elaborado fazendo-se uso do micro computador SDE 40, com capacidade de endereçamento direto de 64 K (1 K = Kbyte = 1024 bytes) de memória RAM (memória principal) e compatível com o sistema operacional CP/M. Destes 64 K, aproximadamente 15 são ocupados por parte do sistema operacional, ficando o restante à disposição do usuário. É uma área de memória bastante reduzida para o volume de programação existente.

A memória auxiliar é constituída de disquetes (discos flexíveis) de 8 polegadas, existindo 2 unidades de "drives", denominados "drives" A e B. Os disquetes devem estar formatados em registros físicos de 128 bytes cada. Desta maneira, se por exemplo, um número real (de ponto flutuante) ocupar 4 bytes, pode-se armazenar no máximo 32 números reais por registro. Este conceito é importante para a leitura ou gravação randômica (aleatória) dos arquivos.

No presente trabalho, admitiu-se que um número real ocupasse 4 bytes (precisão simples), um número inteiro 2 bytes e um número do tipo "byte" (faixa de variação de -128 a +127) um único byte.

As características mencionadas acima não devem servir como fatores limitativos à implantação do presente programa

---

\* "drive" - lugar físico onde se aloja o disquete para que a CPU possa acessar as informações nele gravadas.

a outros sistemas operacionais. É bem provável que, se for este o caso, as únicas alterações ocorrerão no modo de ler ou gravar informações nos disquetes.

#### VII.4 - CARACTERÍSTICAS DO PROBLEMA

Dentro da concepção normal de uma estrutura de edifício, é bastante provável a ocorrência de pavimentos tipos que sejam idênticos em todas as características geométricas e/ou de carregamentos. Outra possibilidade seria a existência de apenas algumas alterações nestas características entre pavimentos consecutivos (por exemplo, mudança na seção transversal de um pilar na passagem de um pavimento para o seguinte). A correta consideração deste fato pode reduzir sensivelmente o volume de informações necessárias à descrição da estrutura.

Nesta programação tomou-se vantagem das seguintes características, relacionadas à ocorrência de pavimentos tipos:

- 1 - Os pontos nodais se repetem em planta. Em consequência, é suficiente que se informe apenas as coordenadas X e Y destes pontos, estando a coordenada Z relacionada ao pé-direto (note-se que todos os pontos nodais se encontram nos planos das lajes).
- 2 - Repetição de seções transversais idênticas para vigas e pilares. Neste caso, em vez de se informar as propriedades geométricas (momentos de inércia, áreas de seção transversal, etc) de cada elemento individualmente, pode-se reunir em um mesmo grupo, elementos que tenham estas propriedades idênticas.



3 - Repetição de carregamentos em andares consecutivos.

Baseando-se no exposto acima, fica sugestivo adotar-se as seguintes técnicas para a entrada dos dados:

- a - Define-se todas as características geométricas do 1º andar (andar de topo).
- b - Define-se os demais andares , tendo-se como base o andar imediatamente anterior (superior). Existe, também, a possibilidade de se definir um andar genérico, independentemente do anterior.
- c - Define-se o carregamento vertical e horizontal atuante sobre o 1º andar.
- d - Define-se os carregamentos sobre os demais andares, segundo critério semelhante ao item b.

## VII.5 - ESTRUTURAÇÃO DOS PROGRAMAS

### VII.5.1 - Programas para Entrada de Dados

Todos os dados necessários à descrição da estrutura são introduzidos no microcomputador através do conjunto teclado-terminal de vídeo, num modo de "conversação" direta (sistema de perguntas e respostas) entre o usuário e a máquina. As perguntas são emitidas pelo programa e aparecem no vídeo, indicando quais as informações que o usuário deverá responder. Esta maneira de se introduzir informações no computador tem como vantagem principal o fato de que o programa se torna, praticamente, auto-explicativo. O usuário, de posse dos dados da es-

estrutura e obedecendo a sequência definida no Manual de Entrada , não terá dificuldades no manuseio do programa.

Após a introdução de um bloco de dados que tenham características comuns, estes são novamente listados no vídeo, para que o usuário os confira visualmente. Caso se tenha detectado algum erro, pode-se corrigir o dado errado imediatamente.

Os três primeiros programas do sistema (SATEM 1, SATEM 2 e SATEM 3) foram elaborados unicamente para entrada das informações, e estão descritos abaixo, de acordo com as subrotinas que os compõem.

#### VII.5.1.1 - SATEM 1

Programa para ler informações da estrutura como um conjunto. Está composto de 1 programa principal e 10 subrotinas.

Programa principal - elaborado para chamar as subrotinas abaixo, cujos objetivos estão especificados.

DATA11 - leitura de informações que identificam o trabalho.

DATA12 - leitura de constantes gerais da estrutura.

DATA13 - leitura dos dados sobre os materiais.

DATA14 - leitura das coordenadas dos pontos nodais.

DATA15 - leitura das propriedades geométricas dos grupos de vigas.

DATA16 - leitura da matriz de flexibilidade ou de ri-

gidez de grupos de vigas e/ou de pilares especiais.

DATA17 - leitura das propriedades geométricas dos grupos de pilares de seção sólida.

DATA18 - leitura das propriedades geométricas dos grupos de pilares de seção aberta.

ERRO - envia mensagens de erro pelo programa.

IMPl - envia para a impressora os dados definidos em SATEM 1.

#### VII.5.1.2 - SATEM 2

Programa para leitura da topologia e geometria dos elementos que constituem a estrutura. O programa compõe-se de 1 programa principal e 12 subrotinas, descritas a seguir.

Programa Principal - percorre todos os andares, permitindo ao usuário que defina, quando da passagem de um andar para o seguinte, se o andar em questão é idêntico ao anterior, se existem modificações nos dados geométricos ou se todas as informações serão novas. As subrotinas estão descritas a seguir juntamente com seus objetivos.

DATA21 - leitura do número de vigas, número de pilares e número de nós no andar.

DATA22 - leitura do número de graus de liberdade dos nós no andar.

DATA23 - leitura do pé-direito e apoios elásticos laterais.

DATA24 - leitura da topologia e geometria das vigas.  
 DATA25 - leitura da topologia e geometria dos pilares.  
 DATA26 - leitura dos dados de apoios elásticos na base.  
 MODINO - executa modificações nos nós.  
 MODIVG - executa modificações nas vigas.  
 MODIPL - executa modificações nos pilares.  
 GRAVA2 - lê e grava informações no disquete.  
 ERRO - envia mensagens de erro.  
 IMP2 - envia para a impressora os dados definidos

em SATEM 2.

As subrotinas DATA21, DATA22, DATA23, DATA24, DATA25 e DATA26 só serão percorridas quando um andar está sendo definido independentemente do anterior (portanto, necessariamente para o andar do topo). Ao contrário, as subrotinas MODINO, MODIVG e MODIPL serão utilizadas quando se define um andar com base no anterior.

### VII.5.1.3 - SATEM 3

Programa para leitura dos dados sobre os carregamentos. Tem características idênticas ao programa SATEM 2, no que diz respeito à leitura de informações em sequência de andares. Está constituído de 1 programa principal e 11 subrotinas.

Programa Principal - percorre todos os andares, para cada carregamento. As subrotinas são as seguintes:

DATA31 - leitura dos títulos dos carregamentos e identifica consideração automática do peso próprio.

DATA32 - leitura das cargas horizontais aplicadas sobre os andares.

DATA33 - leitura do número de nós e vigas carregadas no andar.

DATA34 - leitura das cargas aplicadas sobre os nós.

DATA35 - leitura das cargas aplicadas sobre as vigas.

DATA36 - leitura de recalques de apoio.

MODICN - executa modificações nas cargas nodais.

MODICV - executa modificações nas cargas sobre as vigas.

GRAVA3 - lê e grava as informações no disquete.

ERRO - envia mensagens de erro.

IMP3 - envia para a impressora os dados definidos em SATEM 3.

## VII.5.2 - Programas para Resolução do Problema

Estes programas se processam sem interferência do usuário. Todos os resultados da análise - deslocamentos, esforços nos elementos e reações de apoio - serão enviados para a impressora.

### VII.5.2.1 - SATEM 4

Programa que monta a matriz de rigidez da estrutura, andar por andar, a partir das matrizes de rigidez dos elementos (vigas e pilares) que constituem a edificação. Processa a primeira fase de triangularização desta matriz, de acordo com o esquema definido em (VI.2.3). Trata-se, portanto, de um programa

ma que opera somente com a geometria da estrutura. Compõe-se de um programa principal e 19 subrotinas.

Programa Principal - percorre todos os andares, sendo que, para cada um destes, chama as demais subrotinas. Arranja a submatriz  $\tilde{S}_{2n+1,2n+1}$  (fig. VI.1), após o processo de triangularização, na posição de memória antes ocupada por  $\tilde{S}_{2n-1,2n-1}$ .

As subrotinas são as seguintes:

PERFIL - calcula as alturas efetivas das colunas da submatriz  $\tilde{S}_{2n-1,2n+1}$  (fig. VI.1).

VIGAS4 - coleta os dados para o cálculo da matriz de rigidez das vigas, definindo o tipo das mesmas.

MRTVG4 - calcula a matriz rotação-transformação para vigas (produto  $\underline{T}_V \underline{R}_V$  - equação V.11).

MRVGS4 - calcula a matriz de rigidez de vigas de eixo reto e seção transversal constante, no sistema de eixos locais (equação IV.2).

MRVGC4 - idem para vigas de eixo circular e seção transversal constante (equação IV.5).

MRVGM4 - idem para vigas com mísulas (equação IV.3).

MRVGE4 - define a matriz de rigidez de vigas especiais. Chama a subrotina INVFLX para os elementos em que se conhece a matriz de flexibilidade.

INVFLX - inverte a matriz de flexibilidade do elemento (viga ou pilar), obtendo-se a matriz de rigidez do mesmo.

PILAR4 - prepara os dados para o cálculo da matriz de rigidez de pilares, indicando seus tipos.

MRTPL4 - define o produto  $\underline{T}_{PI} \underline{R}_{\gamma} \underline{R}_{\beta} \underline{R}_{\alpha} \underline{T}_{PII}$  para pilares de seção sólida (idem para pilares de seção aberta), obtendo uma matriz rotação-transformação.

MRPSW4 - calcula a matriz de rigidez de pilares de seção sólida e/ou seção aberta, no sistema de eixos locais (equações IV.14 e IV.15).

MRPLE4 - define a matriz de rigidez de pilares especiais. Chama a subrotina INVFLX quando se conhece a matriz de flexibilidade do pilar.

ROTRA4 - transforma a matriz de rigidez de vigas e/ou pilares para o sistema de eixos globais.

ASSEMB - monta a matriz de rigidez da estrutura (assembler).

TRIAN4 - opera a triangularização da matriz de rigidez (equações VI.21 e VI.22).

APOIO4 - entra com as condições de contorno na base da estrutura (item VI.3).

GRAVA4 - lê informações dos programas anteriores e grava em memória auxiliar a matriz de rigidez do andar, transformada (submatrizes  $\underline{S}_{2n-1,2n-1'}$ ,  $\underline{S}_{2n-1,2n'}$ ,  $\underline{S}_{2n-1,2n+1'}$ ,  $\underline{S}_{2n,2n}$  e  $\underline{S}_{2n,2n+1}$  na fig. VI.1).

NGRAU2 - define os graus de liberdade dos nós.

ERRO - envia mensagens de erro.

## VII.5.2.2 - SATEM 5

Programa que monta os vetores de carregamento a partir dos esforços nodais combinados. Calcula os deslocamentos nas direções dos graus de liberdade do modelo. Está constituído de 1 programa principal e 12 subrotinas.

Programa Principal - percorre todos os carregamentos e para cada carregamento, todos os andares. Toma em consideração as cargas nodais e as cargas laterais sobre os andares, e imprime os deslocamentos.

Subrotinas:

VIGAS5 - coleta os dados de cargas sobre vigas.

EEPVS5 - calcula os esforços de engastamento perfeito para vigas de eixo reto e seção transversal constante, no sistema de eixos locais (equações no item IV.1.4.1).

EEPVC5 - idem para vigas de eixo circular e seção transversal constante (item IV.1.4.3).

EEPVM5 - idem para vigas com mísulas (equações no item IV.1.4.2).

MRTVGT - define a matriz rotação-transformação (produto  $\underline{R}_V^t \underline{T}_V^t$ ).

ROTRA5 - transforma os esforços de engastamento perfeito para o sistema de eixos globais ( $\underline{A}_{EG} = \underline{R}_V^t \underline{T}_V^t \underline{A}_{EL}$ ).

PILAR5 - calcula os esforços de engastamento perfeito para pilares quando existe a opção de consideração automática de peso próprio.



APOIO5 - introduz deslocamentos prescritos nos nós da base da estrutura.

NGRAU5 - define os graus de liberdade dos pontos nodais.

TRIAN5 - modifica os vetores de carregamento, calculando o vetor  $\underline{Y}$  (equação VI.25).

DESLOC - calcula os deslocamentos por um processo de retro-substituição (vetor  $\underline{d}$  - equação VI.26).

GRAVA5 - lê e grava informações no disquete.

#### VII.5.2.3 - SATEM 6

Programa para calcular os esforços nas extremidades dos elementos, juntamente com as reações de apoio. O programa recalcula as matrizes de rigidez dos elementos e os esforços de engastamento perfeito, visto que o armazenamento destas grandezas em memória auxiliar, nos programas anteriores, demandaria uma quantidade excessiva da referida memória. Esta é a razão pela qual muitas das subrotinas deste programa são idênticas às dos programas SATEM 4 e SATEM 5.

Programa Principal - percorre todos os carregamentos e para cada carregamento todos os andares.

VIGAS6 - coleta dados da geometria para cálculo da matriz de rigidez e dados de carregamento para cálculo dos esforços de engastamento perfeito de vigas.

ESFORV - calcula os esforços atuantes nas extremidades das vigas (equação VI.30).

PILAR6 - prepara dados de geometria para cálculo da matriz de rigidez de pilares.

ESFORP - calcula os esforços nos extremos dos pilares (equações VI.30 e VI.32).

GRAVA6 - lê informações do disquete.

APOIO6 - calcula as reações de apoio (equações VI.29 e VI.30).

As subrotinas NGRAU2, MRTVG4, MRVGS4, MRVGM4 , MRVGC4, MRVGE4, INVFLX, EEPVS4, EEPVM4, EEPVC4, MRTPL4, MRPSW4 e MRPLE4 foram definidas nos itens anteriores.

## CAPÍTULO VIII

### EXEMPLOS E CONCLUSÕES

#### VIII.1 - LIMITAÇÕES DO PROGRAMA

As limitações do programa, no que diz respeito a memória principal disponível, embora presumíveis, só foram constatadas quando da fase de testes do programa. Com o sistema processando em um microcomputador de 64 Kbytes, a área disponível em memória principal para o armazenamento dos dados é de aproximadamente 30 Kbytes. Esta quantidade de memória restringe a análise a estruturas de no máximo 15 pontos nodais por andar (isto porque se trabalha com a matriz de rigidez do andar), aquém do existente em estruturas correntes. O número de andares fica limitado à memória secundária disponível e variando de acordo com o número de pontos nodais no andar (ver conclusões).

#### VIII.2 - EXEMPLOS

##### VIII.2.1 - Exemplos tipo I

O objetivo destes exemplos é a verificação da influência que uma viga, ligada a um pilar de seção aberta, exerce sobre o empenamento deste pilar. Para tal, processou-se a estrutura da fig. VIII.1 com 20 andares e geometri

a dos pilares constante ao longo da altura. As cargas aplicadas estão indicadas na tabela VIII.1.

carga andar	FY (KN)	MZ (KN.m)
1 e 2	83	290
3 e 4	80	280
5 e 6	76	266
7 e 8	73	256
9 e 10	70	245

carga andar	FY (KN)	MZ (KN.m)
11 e 12	66	231
13 e 14	60	210
15 e 16	53	186
17 e 18	45	156
19 e 20	30	105

Tabela VIII.1 - Cargas aplicadas sobre o exemplo tipo I

Os casos analisados foram os seguintes:

- 1 - estrutura sem as vigas V1 e V2
- 2 - estrutura com as vigas V1 e V2 e  $l = 3,0m$
- 3 - idem caso 2 e  $l = 6,0m$
- 4 - idem caso 2 e  $l = 9,0m$
- 5 - estrutura com a viga V1 e  $l = 6,0m$ .

Para o primeiro caso, a única restrição ao empenamento ocorre na base da estrutura (pilar engastado) e portanto, o diagrama dos bimomentos é uma curva contínua ao longo da altura, como indica a fig. VIII.2b. Para os demais casos existe uma restrição parcial ao empenamento, em cada nível de andar, imposta pela presença das vigas. Esta restrição é proporcional à rigidez à flexão

das vigas e ocasiona inclusive, inversão no sinal do bimoto entre andares consecutivos, conforme as figuras (VIII.2 d, f, g e j). Com a diminuição da rigidez à flexão (aumentando-se o vão da viga) diminui-se a restrição ao empenamento e o diagrama dos bimotoes tende àquele da fig. VIII.2b. Os mometos fletores nas extremidades das vigas, provocados pelo empenamento do pilar, estão indicados na fig. VIII.3.

#### VIII.2.2 Exemplos tipo II

Objetivou-se com estes exemplos (fig. VIII.3) medir o tempo de processamento. A estrutura foi processada utilizando-se ou não condição de simetria, com 5, 10, 15 e 20 andares, geometria constante ao longo da altura e 1 caso de carregamento. No tempo de processamento indicado no gráfico da figura VIII.4 está incluído tempo de CPU, transferência de informações entre memória principal e secundária e impressão dos resultados. No processamento da estrutura com condição de simetria, a utilização de constantes de mola com valor  $10^{20}$  para impedir deslocamento na direção X e rotação em torno de Z, apresentou os resultados desejados.

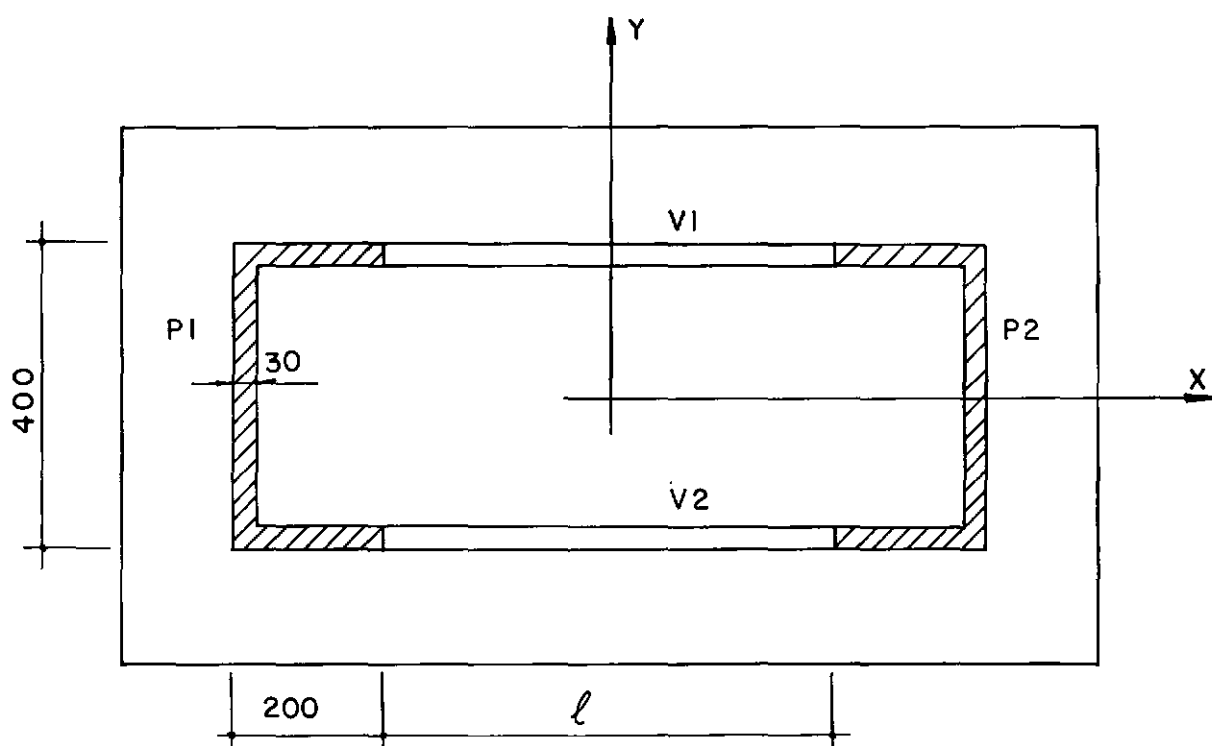
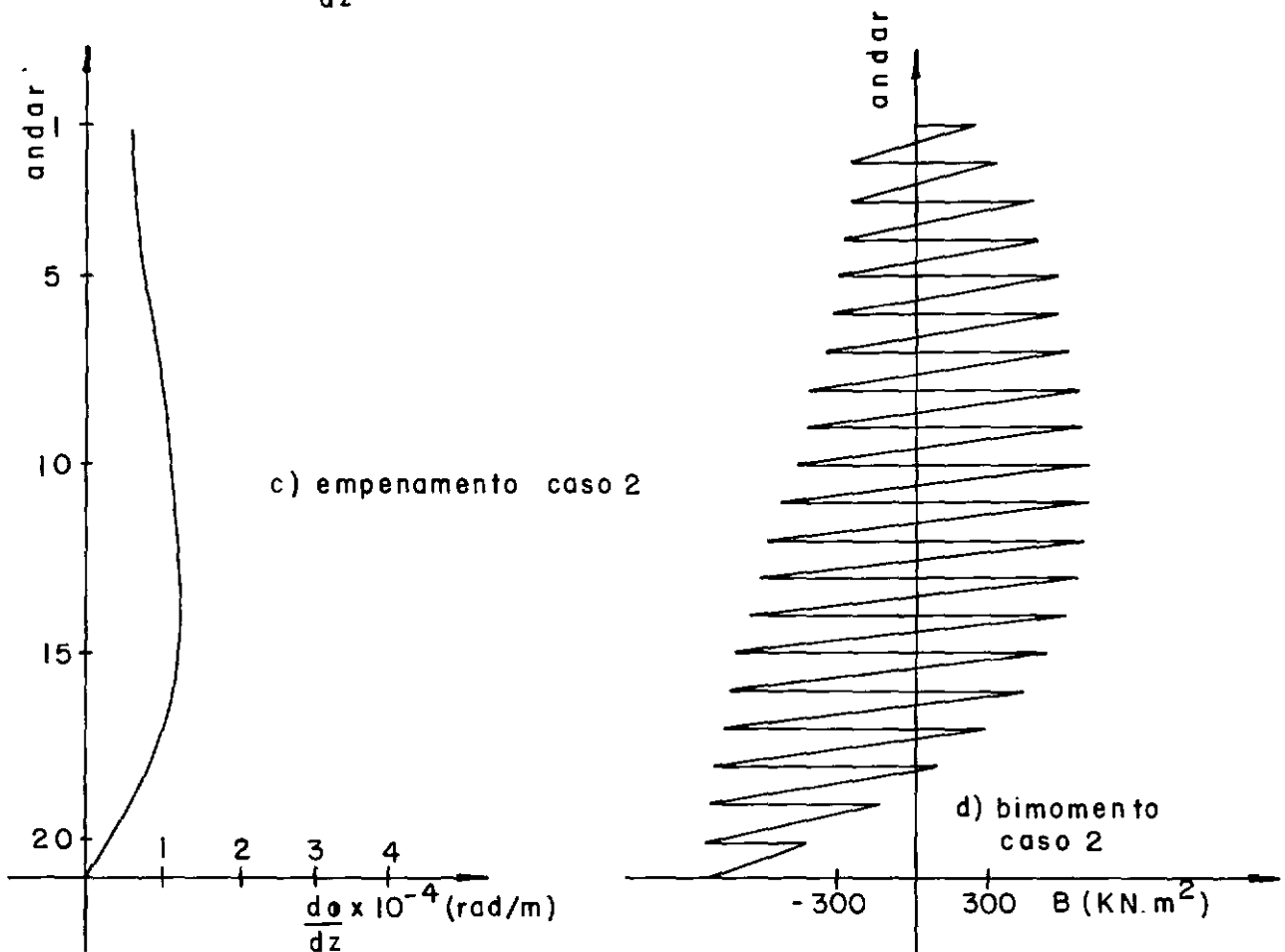
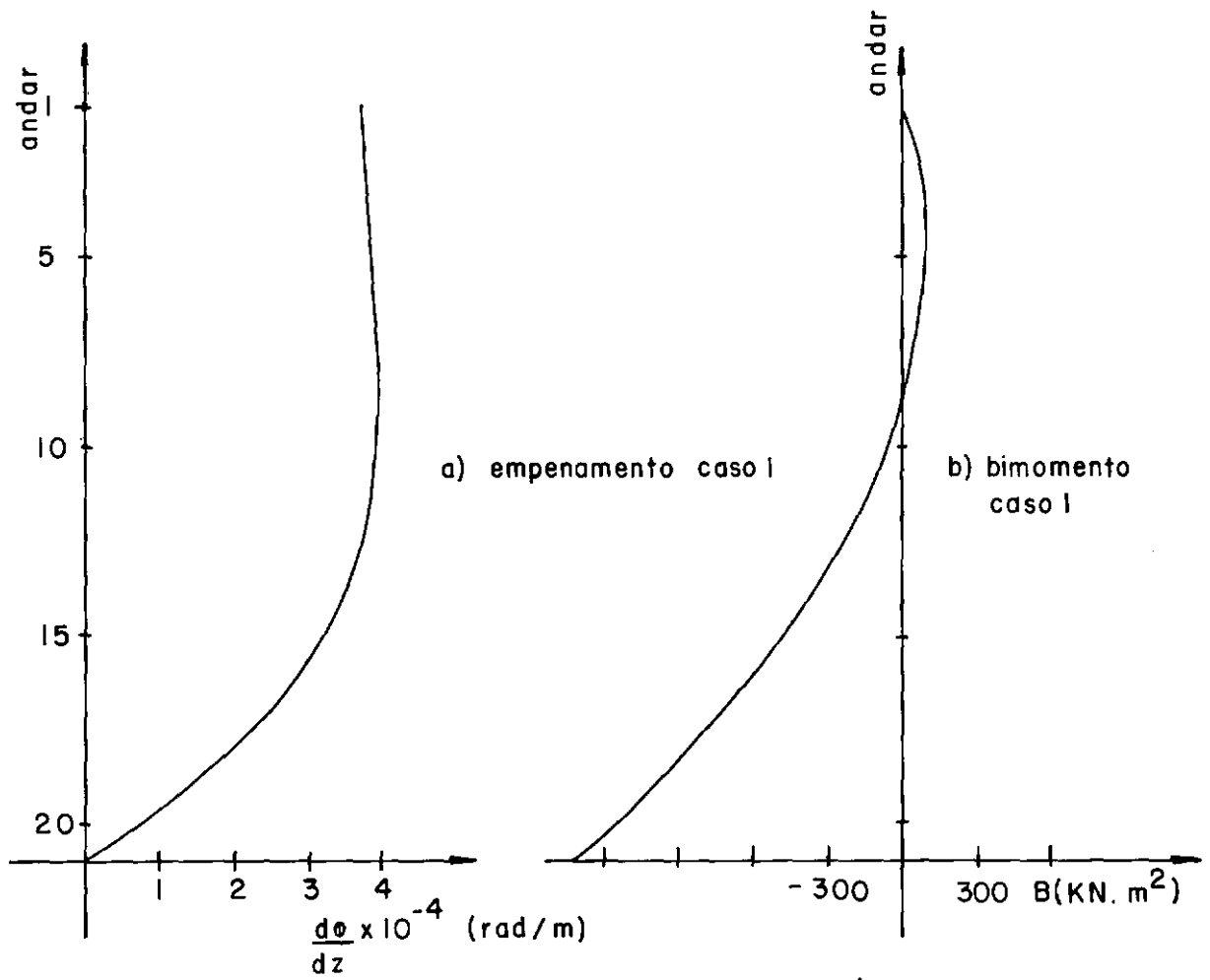
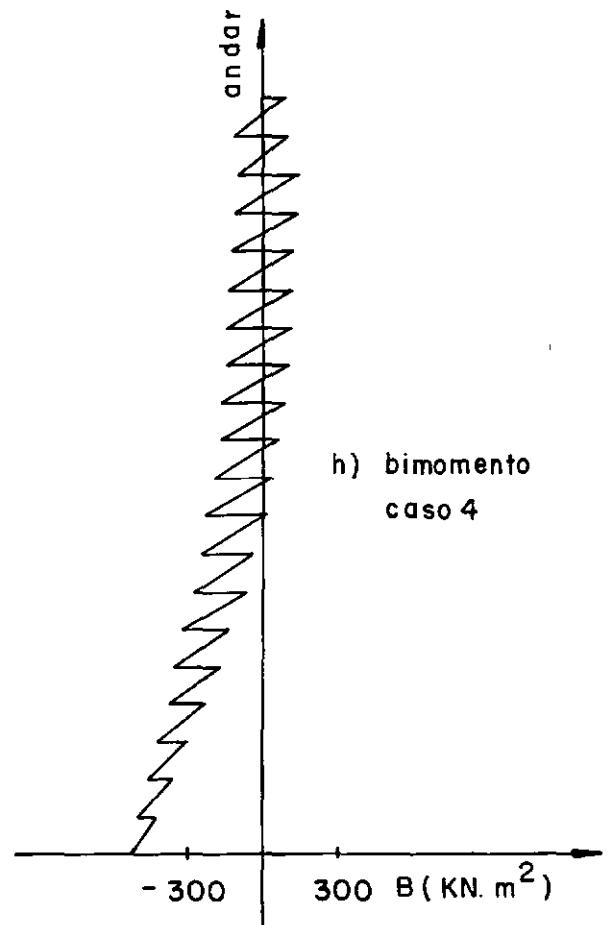
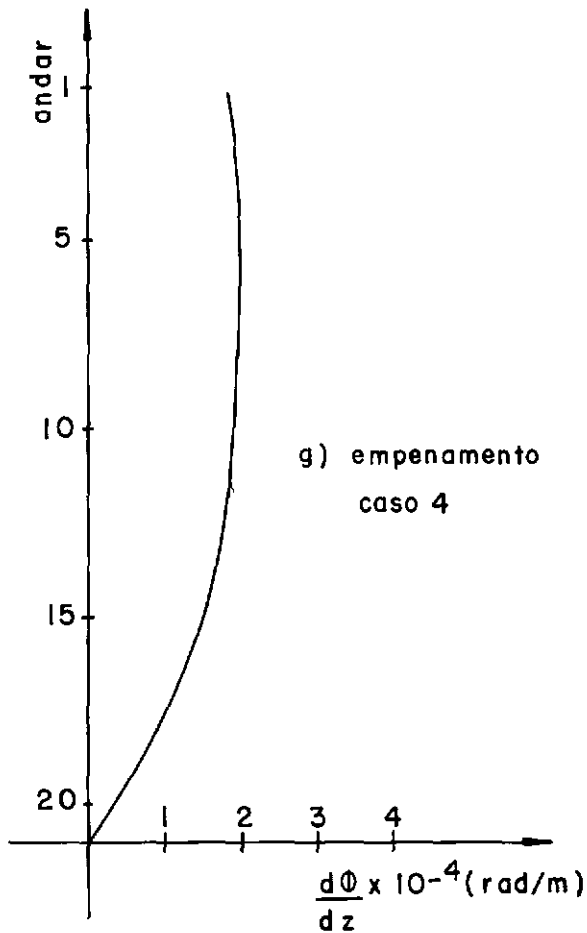
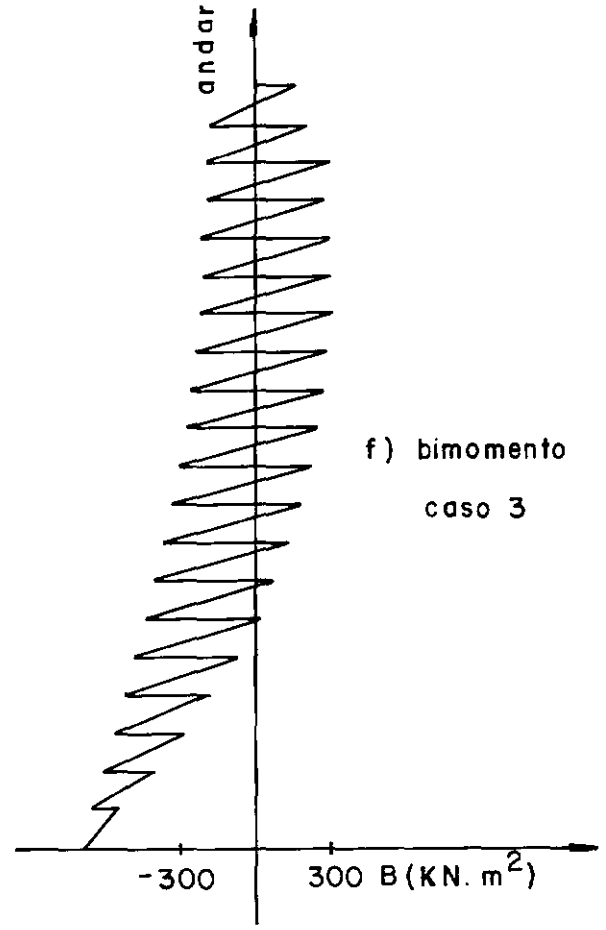
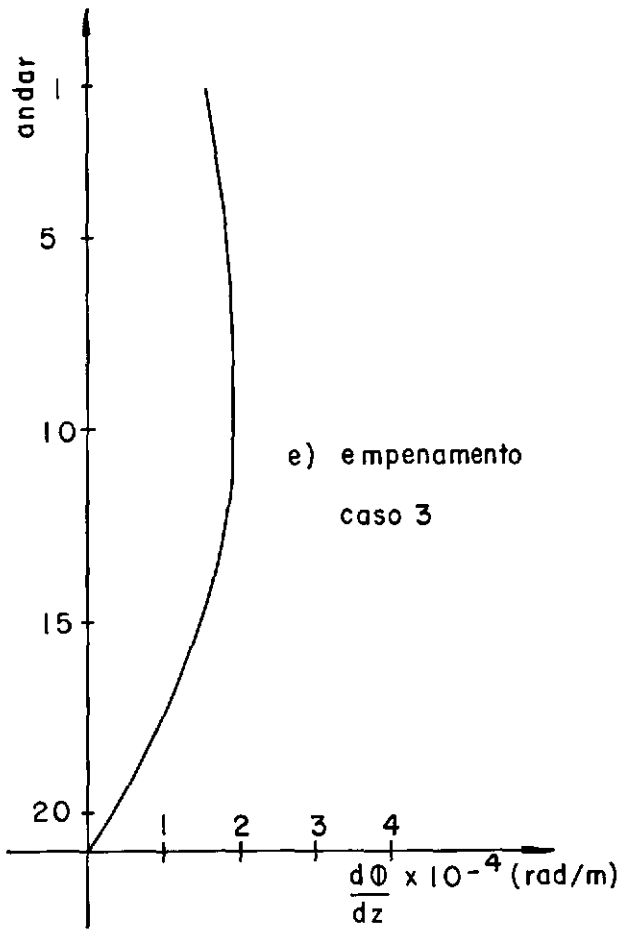


Fig. VIII.1 - Exemplo tipo I







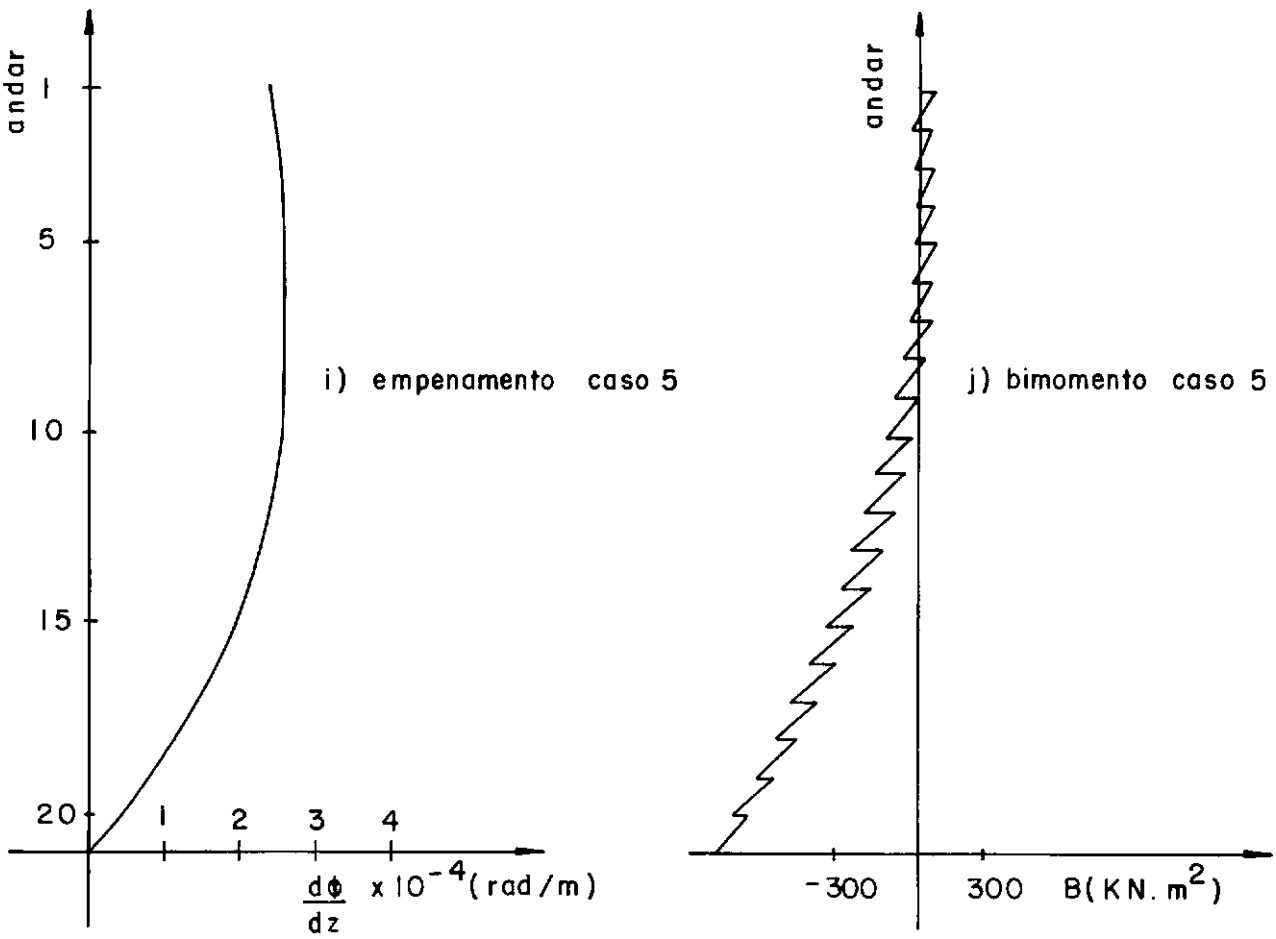


Fig VIII.2 - Curvas de empenamento e diagramas  
de bimomento para os casos do exemplo tipo I

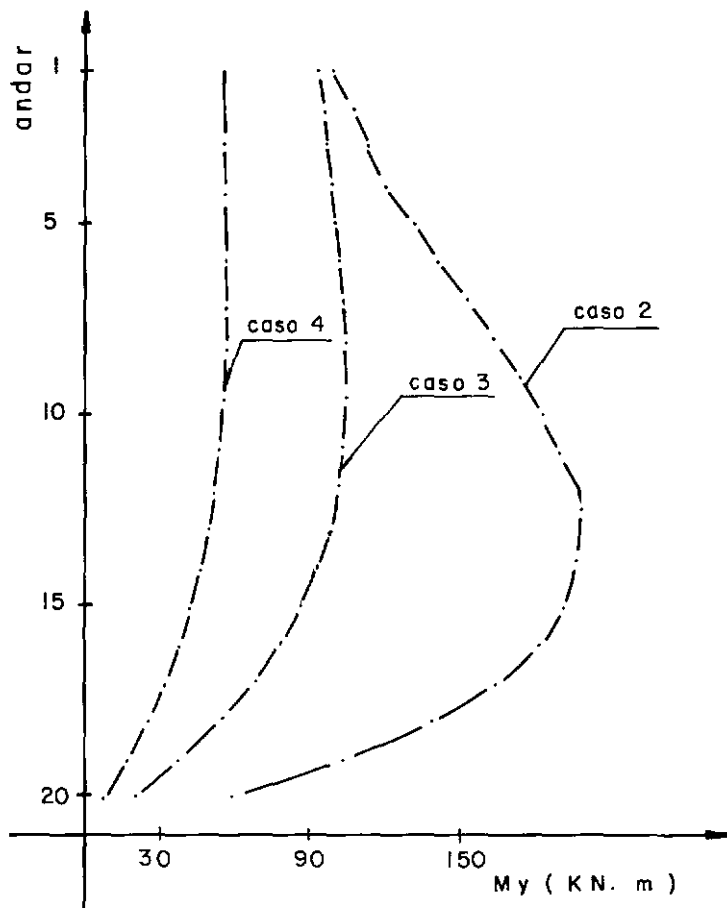


Fig. VIII.3 - Momentos fletores nas extremidades das vigas

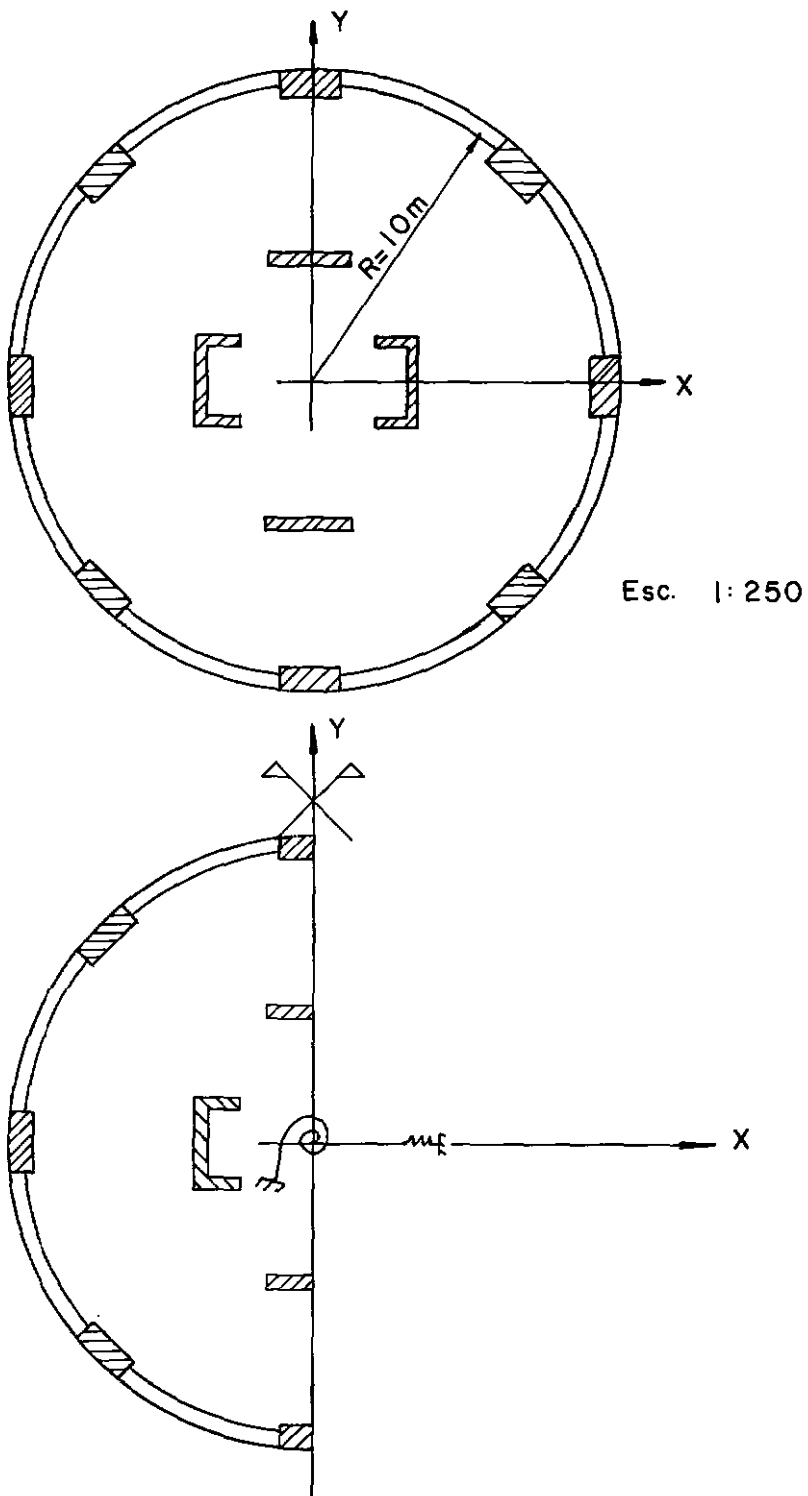


Fig VIII.3 - Exemplo tipo II

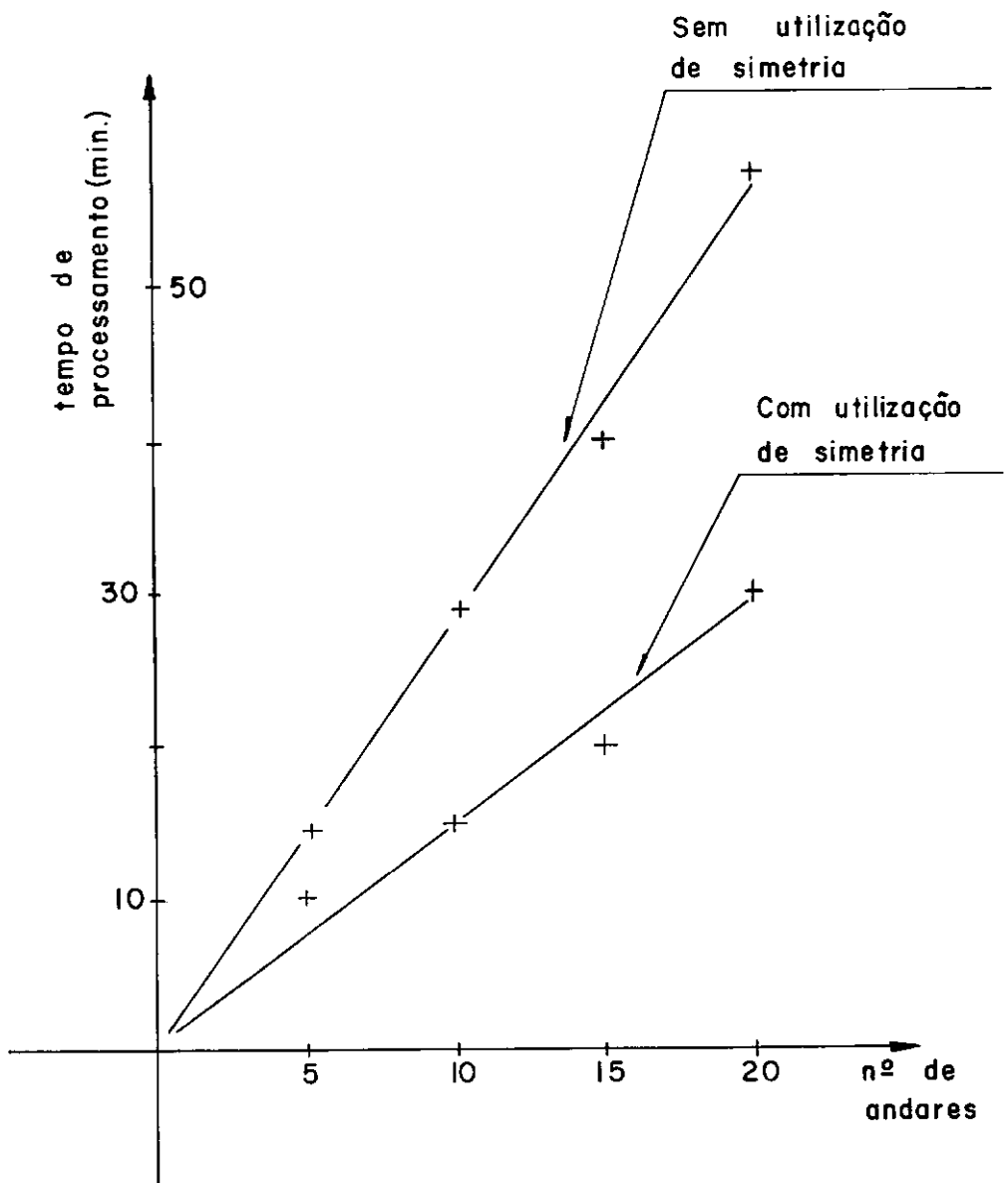


Fig. VIII. 5 - Tempo de processamento para os exemplos tipo II

### VIII.2.3 - Exemplo tipo III

A forma do pavimento tipo deste exemplo está representada na fig. VIII.6. A estrutura tem 12 pavimentos, geometria constante ao longo da altura e foi processada, primeiro com a consideração de empenamento nos pilares 6, 7 e 8 e após sem esta consideração. As cargas aplicadas, verticais e laterais, foram as mesmas.

Como os graus de liberdade de empenamento e deslocamento lateral são independentes entre si, os deslocamentos na direção X resultaram idênticos em ambos os casos e estão representados na fig. VIII.7a. As rotações em torno do eixo Z, por sua vez, não são iguais e estão representadas na fig. VIII.7b.

Tomando como exemplo o pilar 8, na fig. VIII.8 foi traçado o gráfico dos momentos fletores em torno de X. Estes momentos foram praticamente iguais, considerando-se ou não o empenamento. Na fig. VIII.8 representou-se a relação entre as tensões devidas ao bimomento e aquelas oriundas da flexão, em um ponto em que ambas são máximas. Na região onde ocorre inversão de sinal do momento, esta relação chega a quase 2, ou seja, as tensões devidas ao empenamento são quase o dobro daquelas devidas à flexão.

### VIII.3 - CONCLUSÕES

O presente trabalho apresenta a análise dos esforços em estruturas de edifícios, sujeitas a cargas verticais

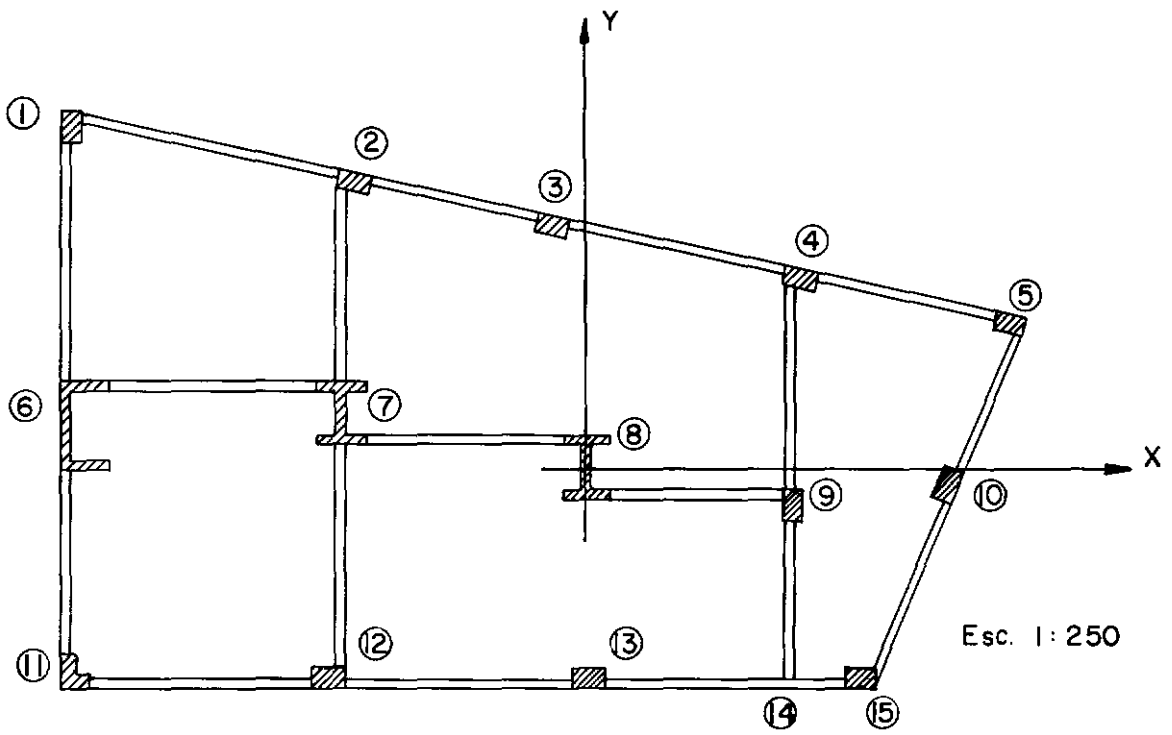


Fig. VIII. 6 - Forma do exemplo  
Tipo III

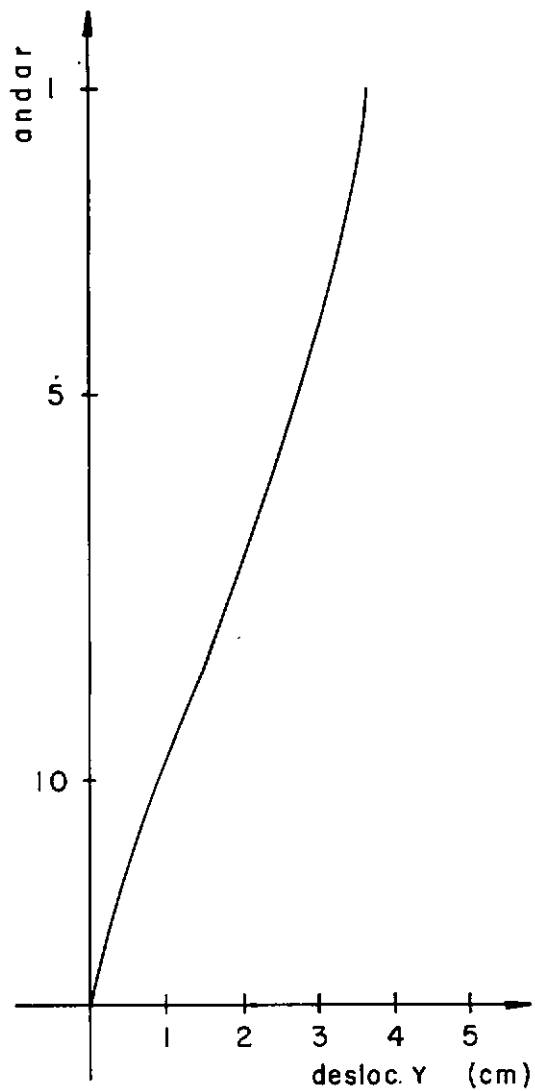
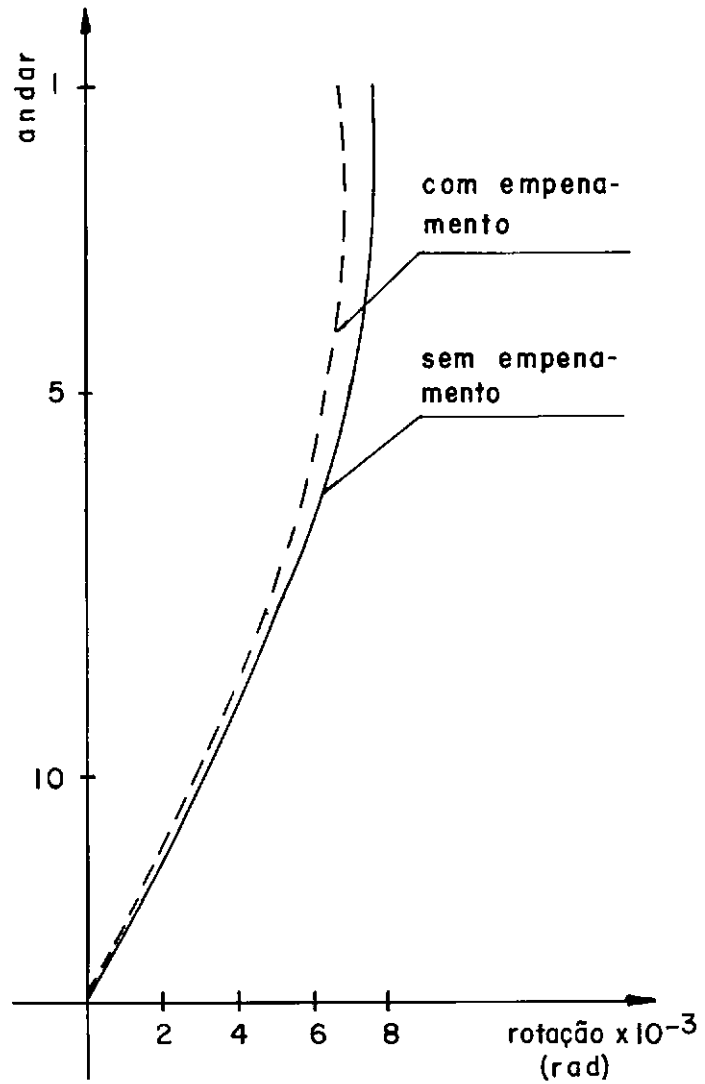
a) Deslocamentos em  $Y$ .b) Rotações em torno de  $Z$ .

Fig. VIII.7 - Resultados dos graus de liberdade de andar para o exemplo tipo III

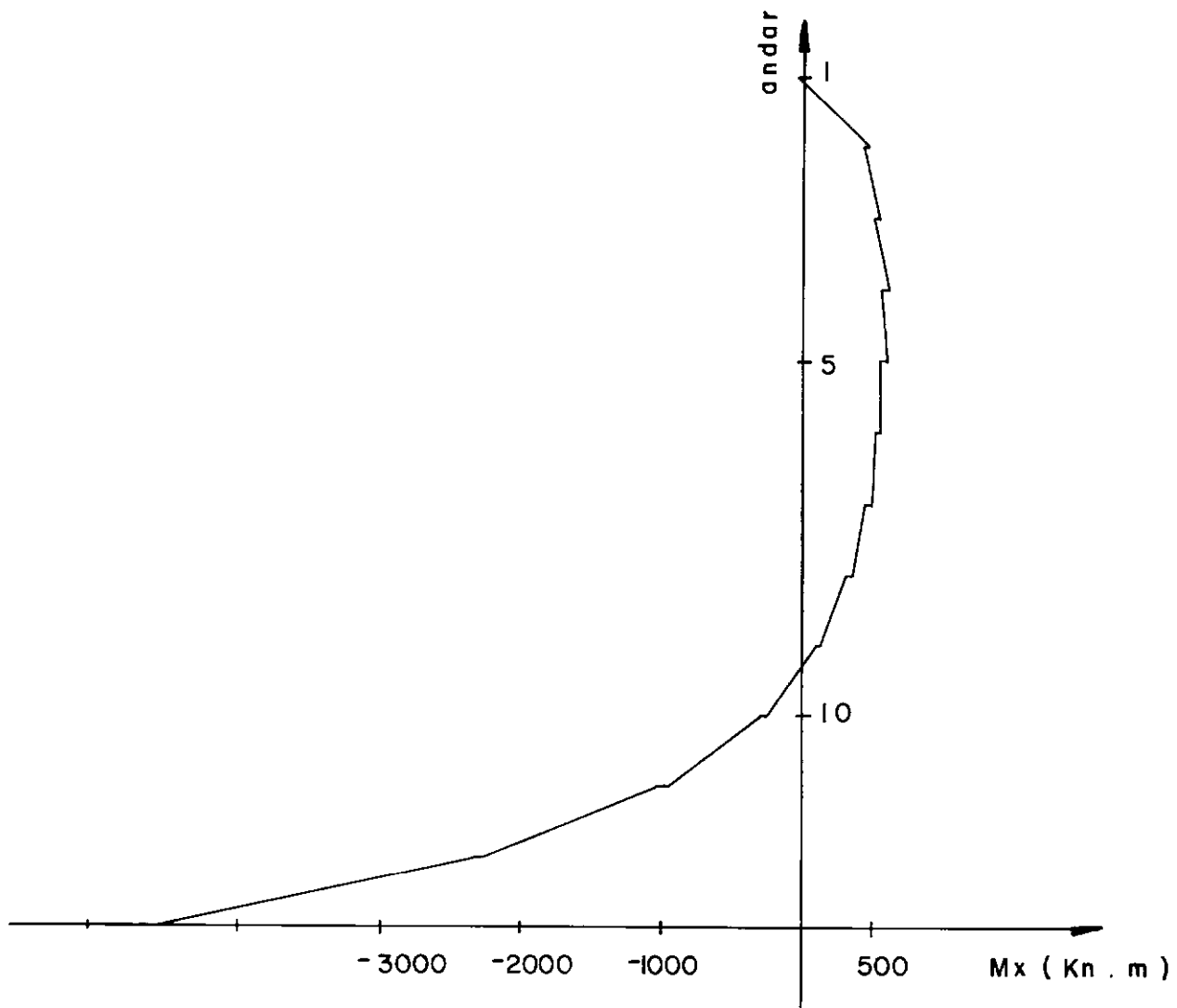


Fig. VIII.8 - Momentos fletores em x  
para o pilar 8



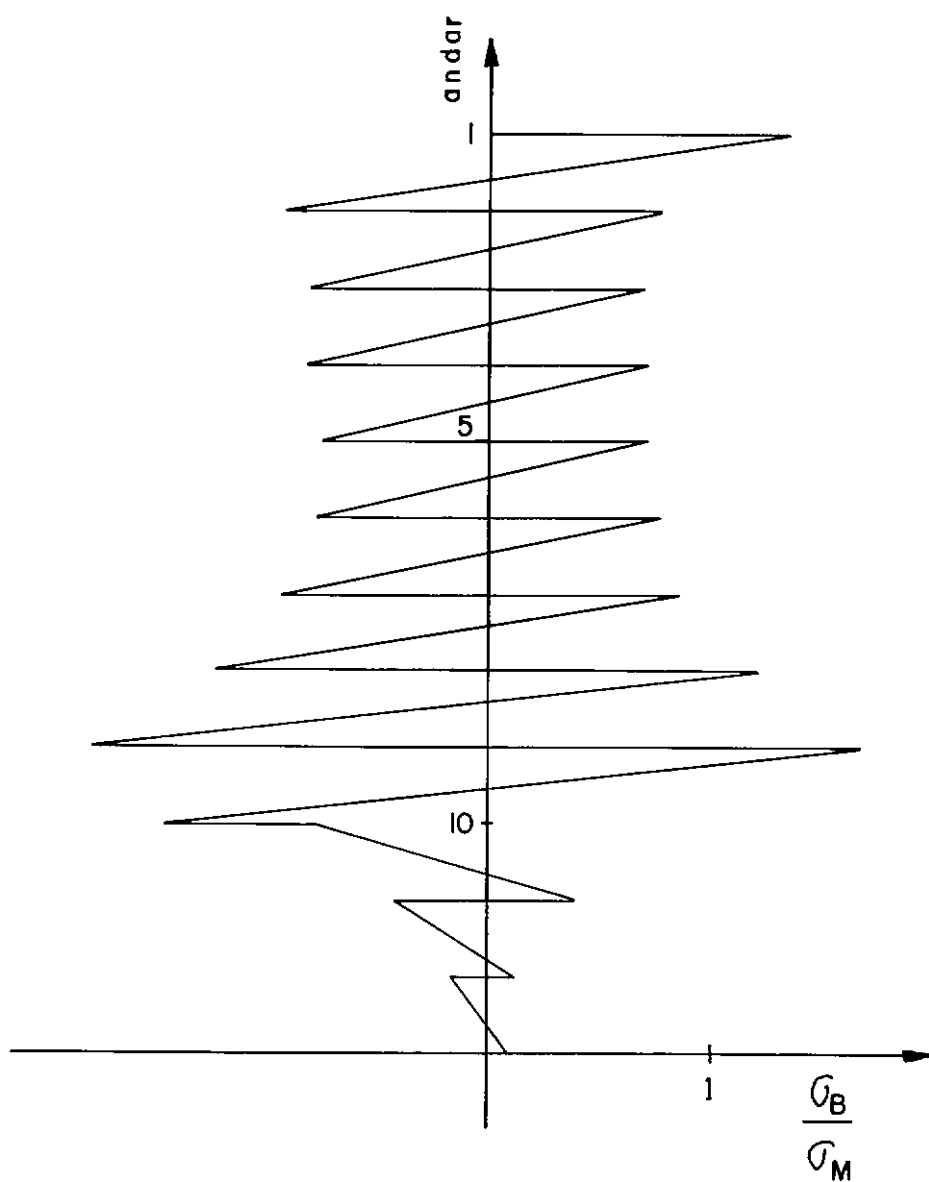


Fig. VIII.9 - Relação entre as tensões provenientes do empenamento e aquelas da flexão.

e laterais. A programação foi desenvolvida com o objetivo de rodar em microcomputadores de pequena quantidade de memória RAM.

A respeito das técnicas computacionais utilizadas pode-se afirmar que:

- o desenvolvimento de um conjunto de programas e a montagem da matriz de rigidez por blocos foram fatores decisivos para que a implementação da programação fosse possível;
- o armazenamento da matriz de rigidez em um vetor unidimensional, utilizando-se sua forma escalonada, em conjunto com a técnica de deslocamento relativo de andar, proporcionaram uma economia substancial de memória. Este fato permitiu a análise de estruturas de maior porte com a diminuição do tempo de processamento.

Apesar dos esforços empenhados no uso conveniente destas técnicas, a quantidade de memória do microcomputador utilizado (64 Kbytes) foi insuficiente para a análise de grandes estruturas. Conseguiu-se processar exemplos com no máximo 15 pontos nodais por andar e até 20 andares, aquêm de estruturas correntes. A programação se tornará viável em microcomputadores que tenham no mínimo 128 Kbytes de memória principal e, se possível, acoplados a discos rígidos ( maior capacidade de memória secundária).

Os erros de truncamento nos exemplos analisados, com a utilização de precisão simples, foram desprezíveis. Estes erros podem ser detectados pela diferença entre as cargas aplicadas à estrutura e as reações de apoio.

Foi impossível programar a detecção de todos os erros que o usuário pode cometer quando da entrada dos dados, devido aos já citados problemas de quantidade de memória. Desde que, na prática, é pequena a probabilidade de uma estrutura ser analisada somente uma vez (quase sempre existem modificações que exigem novos processamentos) é provável que a melhor maneira de se informar os dados de entrada, seja criando-se um arquivo, via editor de texto.

Nos exemplos analisados percebeu-se que as tensões oriundas da restrição ao empenamento podem ser da mesma ordem de grandeza das tensões de flexão, principalmente se, ligadas ao pilar, existam vigas ao nível de cada pavimento (maior restrição ao empenamento). As tensões devidas ao bimomento, sendo auto-equilibradas na seção, em alguns pontos se somam às de flexão (aumentando-se portanto, por exemplo, as tensões de tração) e em outros se subtraem.

Não foi objetivo deste trabalho indicar, quando será possível desprezar os efeitos do empenamento, visto ser o mesmo variável com a geometria da estrutura e o carregamento aplicado. Só se pode afirmar de antemão que, estruturas simétricas sujeitas a carregamentos simétricos não sofrem torção e o empenamento não ocorre.

APÊNDICE ACOEFICIENTES DE RIGIDEZ REFERENTES AOS EFEITOS TORÇÃO-EMPENAMENTO

Os coeficientes de rigidez referentes aos efeitos torção-empenamento, definidos para um elemento biengastado, podem ser obtidos resolvendo-se a equação (III.24.c), com a introdução das condições de contorno cinemáticas apropriadas a cada caso. Isto é, impõe-se um deslocamento unitário em cada uma das direções dos graus de liberdade correspondentes a estes efeitos, mantendo nulos os deslocamentos nas direções dos demais graus de liberdade e calcula-se os esforços reativos nas extremidades.

Para um elemento sem cargas no seu interior, a equação (III.24.c) torna-se homogênea:

$$E I_{\omega} \frac{d^4 \phi}{dz^4} - G I_z \frac{d^2 \phi}{dz^2} = 0 \quad (A.1)$$

Fazendo-se  $k^2 = \frac{G I_z}{E I_{\omega}}$  vem:

$$\frac{d^4 \phi}{dz^4} - k^2 \frac{d^2 \phi}{dz^2} = 0 \quad (A.2)$$

cuja solução geral é

$$\phi = C_1 + C_2 z + C_3 \cosh kz + C_4 \sinh kz, \quad (A.3)$$

onde  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  e  $C_4$  são constantes, determinadas pelas condições de contorno.

Derivando sucessivamente, tem-se:

$$\phi' = \frac{d\phi}{dz} = C_2 + C_3 k \sinh kz + C_4 k \cosh kz \quad (\text{A.4})$$

$$\phi'' = \frac{d^2\phi}{dz^2} = C_3 k^2 \cosh kz + C_4 k^2 \sinh kz \quad (\text{A.5})$$

$$\phi''' = \frac{d^3\phi}{dz^3} = C_3 k^3 \sinh kz + C_4 k^3 \cosh kz \quad (\text{A.6})$$

Sendo:

$$B = -E I_{\omega} \frac{d^2\phi}{dz^2} \quad (\text{III.14.d rep})$$

$$T = T_{sv} + T_{\omega} = G I_z \frac{d\phi}{dz} - E I_{\omega} \frac{d^3\phi}{dz^3} \quad (\text{III.23 rep})$$

Estas equações, após a substituição das derivadas anteriores, resultam:

$$B(z) = -G I_z (C_3 \cosh kz + C_4 \sinh kz) \quad (\text{A.7})$$

$$T(z) = G I_z C_2 \quad (\text{A.8})$$

Os casos de condições de contorno, a partir dos quais pode-se obter os coeficientes das colunas 4,7,11 e 14 da matriz de rigidez, serão relacionados a seguir.

1º Caso - Coeficientes de Rigidez da 4ª Coluna

$$\phi'(z=L) = 1$$

$$\phi'(z=0) = 0$$

$$\phi(z=L) = 0$$

$$\phi(z=0) = 0$$

Da introdução destas condições de contorno em (A.3) e (A.4), resulta o seguinte sistema de equações:

$$C_2 + C_3 k \sinh kL + C_4 k \cosh kL = 1$$

$$C_2 + C_4 k = 0$$

$$C_1 + C_2 L + C_3 \cosh kL + C_4 \sinh kL = 0$$

$$C_1 + C_3 = 0$$

cuja solução é:

$$C_4 = \frac{\cosh kL - 1}{k(2 - 2 \cosh kL + kL \sinh kL)}$$

$$C_3 = \frac{kL - \sinh kL}{k(2 - 2 \cosh kL + kL \sinh kL)}$$

$$C_2 = \frac{-(\cosh kL - 1)}{(2 - 2 \cosh kL + kL \sinh kL)}$$

Substituindo estas constantes em (A.7) e (A.8) e chamando  $K = 2 - 2 \cosh kL + kL \sinh kL$ , tem-se os esforços em função de  $z$ .

$$B(z) = -GI_z \left[ \frac{(kL - \sinh kL)}{kK} \cosh kz + \frac{(\cosh kL - 1)}{kK} \sinh kz \right] \quad (A.9)$$

$$T(z) = -GI_z \frac{(\cosh kL - 1)}{K} \quad (A.10)$$

Os esforços de extremidade serão os valores destas expressões para  $z=0$  e  $z=L$ :

$$B(z=L) = \frac{GI_z}{K} \left( \frac{\sinh kL}{k} - L \cosh kL \right) \quad (A.11)$$

$$B(z=0) = \frac{GI_z}{K} \left( \frac{\sinh kL}{k} - L \right) \quad (A.12)$$

$$T(z=L) = - \frac{GI_z}{K} (\cosh kL - 1) \quad (A.13)$$

$$T(z=0) = - \frac{GI_z}{K} (\cosh kL - 1) \quad (A.14)$$

## 2º Caso - Coeficientes de Rigidez da 7ª Coluna

$$\phi' (z=L) = 0$$

$$\phi' (z=0) = 0$$

$$\phi (z=L) = 1$$

$$\phi (z=0) = 0$$

Tomando um procedimento semelhante ao adotado anteriormente, obtêm-se os seguintes valores para os bimomentos e momentos de torção atuantes nas extremidades:

$$B(z=L) = \frac{GI_z}{K} (\cosh kL - 1) \quad (A.15)$$

$$B(z=0) = - \frac{GI_z}{K} (\cosh kL - 1) \quad (A.16)$$

$$T(z=L) = \frac{GI_z}{K} k \sinh kL \quad (A.17)$$

$$T(z=0) = \frac{GI_z}{K} k \sinh kL \quad (A.18)$$

3º Caso - Coeficientes de Rigidez da 11<sup>a</sup> Coluna

$$\phi'(z=L) = 0$$

$$\phi'(z=0) = 1$$

$$\phi(z=L) = 0$$

$$\phi(z=0) = 0$$

Resultados obtidos:

$$B(z=L) = \frac{GI_z}{K} \left( L - \frac{\sinh kL}{k} \right) \quad (A.19)$$

$$B(z=0) = \frac{GI_z}{K} \left( L \cosh kL - \frac{\sinh kL}{k} \right) \quad (A.20)$$

$$T(z=L) = - \frac{GI_z}{K} (\cosh kL - 1) \quad (A.21)$$

$$T(z=0) = - \frac{GI_z}{K} (\cosh kL - 1) \quad (A.22)$$

4º Caso - Coeficientes de Rigidez da 14<sup>a</sup> Coluna

$$\phi'(z=L) = 0$$

$$\phi'(z=0) = 0$$

$$\phi(z=L) = 0$$

$$\phi(z=0) = 1$$



Resultados obtidos:

$$B(z=L) = - \frac{GI_z}{K} (\cosh kL - 1) \quad (A.23)$$

$$B(z=0) = \frac{GI_z}{K} (\cosh kL - 1) \quad (A.24)$$

$$T(z=L) = - \frac{GI_z}{K} k \sinh kL \quad (A.25)$$

$$T(z=0) = - \frac{GI_z}{K} k \sinh kL \quad (A.26)$$

Para a análise dos resultados vistos acima, é conveniente atentar para as seguintes desigualdades, sempre verificáveis porque  $k$  e  $L$  são positivos:

$$K > 0$$

$$\cosh kL > 1$$

$$L \cosh kL > \frac{\sinh kL}{k}$$

$$\frac{\sinh kL}{k} > L$$

Os valores positivos da rotação  $\phi$ , e consequentemente dos momentos de torção associados, obtidos através da eq. (III.24.c), estão representados vetorialmente na fig. (A.1). É necessário então, alterar o sinal do momento de torção na extremidade inicial ( $T(z=0)$ ) para adaptá-lo ao sentido considerado positivo na programação.

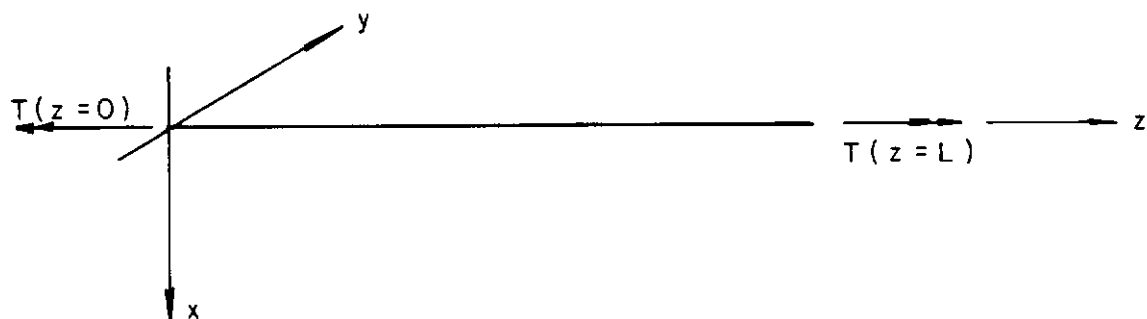


FIG. A.1 – Valores positivos dos momentos de torção  
segundo a equação III.24c

Para o caso dos bimomentos esta visualização não é tão imediata. Conforme foi definido no capítulo III, um bimoto era considerado positivo quando tracionava fibras de coordenadas setoriais positivas, não existindo uma regra (tipo "regra da mão direita") para se definir o sentido vetorial deste esforço. Analisando-se então a expressão (A.11) através da terceira desigualdade vista acima, verifica-se que seu valor é negativo. Este coeficiente em particular localiza-se na diagonal principal da matriz de rigidez do elemento. O fato de que os coeficientes da diagonal principal não podem ser negativos dita a necessidade de trocar o sinal deste bimoto e, consequentemente, dos correspondentes nos demais casos analisados. Depara-se com situação idêntica quando do cálculo dos coeficientes de rigidez relativos a esforço cortante-flexão no plano xz, utilizando-se diretamente a equação (III.24.a). Neste caso, há a necessidade de se alterar o sinal do esforço cortante em  $z=0$  e do momento de flexão em  $z=L$ . Este fato decorre de que na

equação (III.24.a), o sentido vetorial positivo da rotação  $\frac{du}{dz}$  é contrário à direção positiva do eixo  $y$  .

A tabela (A.1) sumariza o que foi exposto neste apêndice.

ESFORÇO	RESULTADOS OBTIDOS PELA EQ. (III.24.c)	COEFICIENTE DE RIGIDEZ
B (z=L)	$GI_z/K(\frac{\sinh kL}{k} - L \cosh kL)$	$s_{44} = GI_z/K (L \cosh kL - \frac{\sinh kL}{k})$
B (z=0)	$GI_z/K(\frac{\sinh kL}{k} - L)$	$s_{11,4} = GI_z/K (\frac{\sinh kL}{k} - L)$
T (z=L)	$-GI_z/K (\cosh kL - 1)$	$s_{74} = -GI_z/K (\cosh kL - 1)$
T (z=0)	$-GI_z/K (\cosh kL - 1)$	$s_{14,4} = GI_z/K (\cosh kL - 1)$
B (z=L)	$GI_z/K (\cosh kL - 1)$	$s_{4,7} = -GI_z/K (\cosh kL - 1)$
B (z=0)	$-GI_z/K (\cosh kL - 1)$	$s_{11,7} = -GI_z/K (\cosh kL - 1)$
T (z=L)	$GI_z/K(k \sinh kL)$	$s_{77} = GI_z/K(k \sinh kL)$
T (z=0)	$GI_z/K(k \sinh kL)$	$s_{14,7} = -GI_z/K(k \sinh kL)$
B (z=L)	$GI_z/K (L - \frac{\sinh kL}{k})$	$s_{4,11} = GI_z/K (\frac{\sinh kL}{k} - L)$
B (z=0)	$GI_z/K (L \cosh kL - \frac{\sinh kL}{k})$	$s_{11,11} = \frac{GI_z}{K} (L \cosh kL - \frac{\sinh kL}{k})$
T (z=L)	$-GI_z/K (\cosh kL - 1)$	$s_{7,11} = -GI_z/K (\cosh kL - 1)$
T (z=0)	$-GI_z/K (\cosh kL - 1)$	$s_{14,11} = GI_z/K (\cosh kL - 1)$
B (z=L)	$-GI_z/K (\cosh kL - 1)$	$s_{4,14} = GI_z/K (\cosh kL - 1)$
B (z=0)	$GI_z/K (\cosh kL - 1)$	$s_{11,14} = GI_z/K (\cosh kL - 1)$
T (z=L)	$-GI_z/K(k \sinh kL)$	$s_{7,14} = -GI_z/K(k \sinh kL)$
T (z=0)	$-GI_z/K(k \sinh kL)$	$s_{14,14} = GI_z/K(k \sinh kL)$

Tabela A.1 - COEFICIENTES DE RIGIDEZ RELATIVOS AOS EFEITOS TORÇÃO - EMPENAMENTO

APÊNDICE BDERIVADAS DAS COORDENADAS SETORIAIS EM RELAÇÃO AOS EIXOS  
LOCAIS DA VIGA

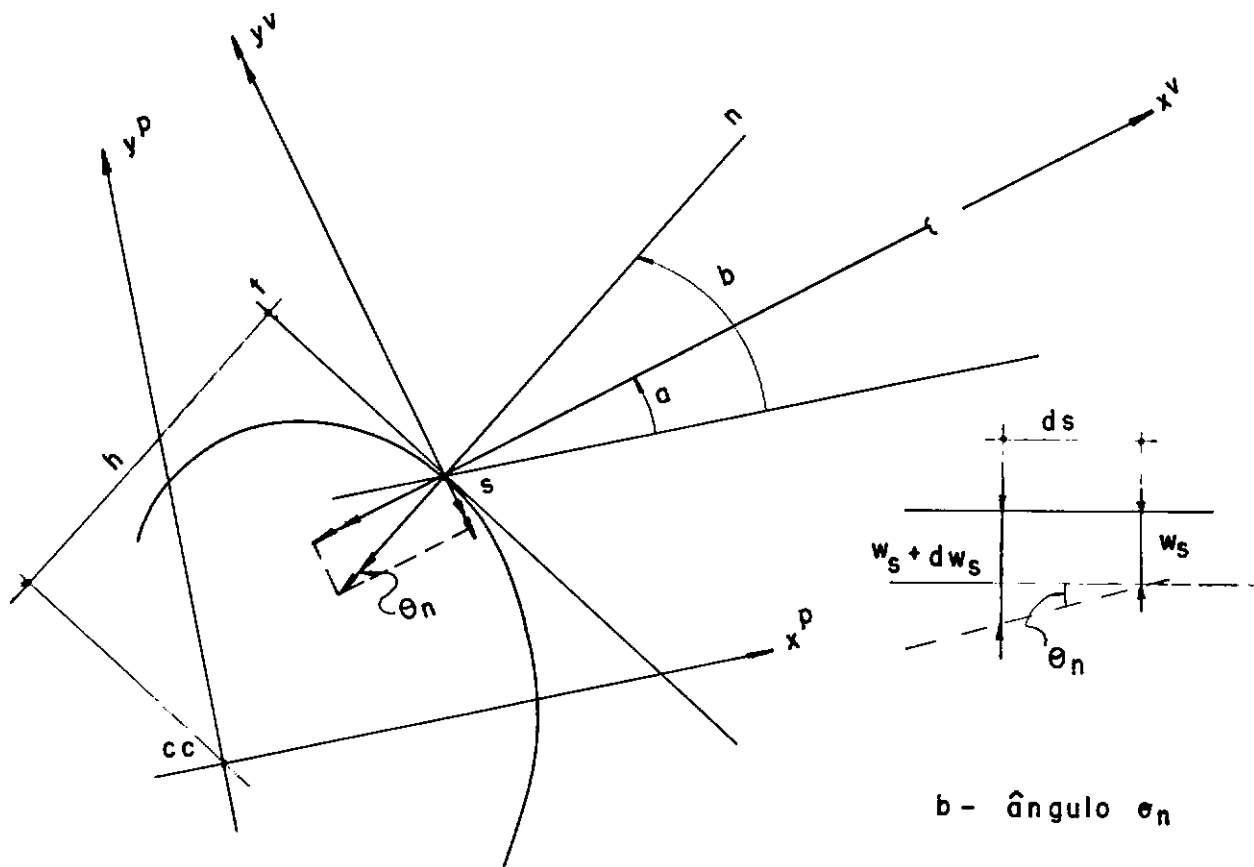
Seja o exemplo da fig. B.1a, onde representou-se a linha média da seção transversal de um pilar de seção aberta , tendo  $x^P$  e  $y^P$  como eixos locais e com origem no centro de cisalhamento (ponto nodal). O elemento viga, com orientação em relação ao eixo  $x^P$  definida pelo ângulo  $\alpha$  , se liga ao pilar no ponto S. Neste ponto,  $t$  é a reta tangente à linha média da parede e  $n$  a reta normal posicionada pelo ângulo  $\beta$  . Estes ângulos são medidos a partir de  $x^P$  no sentido anti-horário. Supondo o ponto S com coordenada setorial positiva, a um empenamento positivo corresponde um deslocamento negativo (fig.B.1b). O ângulo  $\theta_n$  , que caracteriza a rotação em torno da reta normal é

$$\theta_n = \frac{dW}{ds} = \frac{d\omega}{ds} \frac{d\phi}{dz} \quad (B.1)$$

Sendo  $\omega = \int_0^S h \, ds$  , vem  $\frac{d\omega}{ds} = h$  e portanto

$$\theta_n = h \frac{d\phi}{dz} \quad (B.2)$$

em que  $h$  é a distância do centro de cisalhamento à reta  $t$  .



a - Viga ligada a pilar de seção aberta

Fig. B.1 - Relação entre deslocamento axial do pilar e rotações na viga.

Decompondo vetorialmente esta rotação na direção dos eixos locais da viga resulta

$$\theta_x^V = -h \cos (b-a) \frac{d\phi}{dz} \quad (B.3a)$$

$$\theta_y^V = -h \sin (b-a) \frac{d\phi}{dz} \quad (B.3b)$$

onde o sinal negativo foi incorporado porque vetorialmente estas rotações apontam em sentido contrário à direção dos eixos  $x^V$  e  $y^V$ .

Das equações (B.3a) e (B.3b) pode-se escrever

$$\theta_x^V = \frac{dw_s}{dyV} = -h \cos (b-a) \frac{d\phi}{dz} \quad (\text{B.4a})$$

$$\theta_y^V = \frac{dw_s}{dxV} = -h \sin (b-a) \frac{d\phi}{dz} \quad (\text{B.4b})$$

e portanto

$$\frac{dw_s}{dxV} = -h \sin (b-a) \quad (\text{B.5a})$$

$$\frac{dw_s}{dyV} = -h \cos (b-a) \quad (\text{B.5b})$$

Estas equações são válidas para ambas as extremidades da viga.

APÊNDICE CMANUAL DE ENTRADA DO PROGRAMAC.1 - GENERALIDADES

As informações que descrevem a estrutura são naturalmente agrupadas em três blocos distintos, delineados pelos programas SATEM 1, SATEM 2 e SATEM 3. Para a codificação da estrutura são necessários certos procedimentos preliminares que estão esclarecidos de acordo com os tópicos abaixo.

### 1. Sistema de Referência

Adotar um sistema de referência global XYZ de acordo com o item II. Idem um sistema de unidades [FORÇA-METRO].

### 2. Andares

Numerar os andares de cima para baixo, obedecendo a sequência dos números naturais inteiros. Considerar como pertencentes a um andar as vigas situadas no plano deste andar e os pilares imediatamente abaixo.

### 3. Nós

Numerar os pontos nodais do andar de topo. Acrescentar a estes pontos nodais outros que apareçam em andares posteriores e que não estejam ligados aos primeiros por um pilar vertical contínuo. Ou, na inexistência do dito pilar (caso de nós definidos por encontros de vigas), conquanto que as projeções em



planta destes nós não sejam coincidentes. Portanto, pontos nodais verticalmente alinhados (mesmas coordenadas X e Y) deverão ter o mesmo número. Ou então, pontos nodais ligados por um pilar vertical contínuo ao longo de toda a altura da edificação, mesmo que em andares intermediários, este pilar sofra alteração na posição de seu eixo.

#### 4. Vigas

Uma viga é identificada por um nome com no máximo 4 caracteres, sendo seu tipo definido pela seguinte correspondência:

- 1 - viga de eixo reto e seção transversal constante
- 2 - viga de eixo circular e seção transversal constante
- 3 - viga de eixo reto com mísulas retas verticais
- 4 - viga especial

Vigas situadas em andares distintos e conectadas a nós de mesmo número poderão ter o mesmo nome desde que sejam do mesmo tipo. Para caracterizar as propriedades geométricas, reunir as vigas em diferentes grupos, cada grupo com propriedades idênticas. Para tal, não importa as posições das vigas dentro da estrutura, nem seus tipos; numerar estes grupos em ordem crescente. Definir as excentricidades no sistema de eixos locais (fig. V.1).

#### 5. Pilares

De modo semelhante, identifica-se um pilar por um nome com no máximo 4 caracteres. O tipo do pilar fica definido pe

la seguinte correspondência:

- 1 - pilar de eixo reto e seção sólida constante
- 2 - pilar de eixo reto vertical e seção aberta constante
- 3 - pilar especial

Pilares situados em andares distintos, cujas extremidades superior e inferior estejam conectadas a nós de mesmo número, poderão ter o mesmo nome, desde que do mesmo tipo, independentemente de variações no pé-direito.

Reunir em um mesmo grupo pilares com propriedades geométricas, não importando suas posições na estrutura; numerar estes grupos em ordem crescente. Para os pilares de seção sólida definir as excentricidades nas extremidades de acordo com o item II.3.3.

## 6. Cargas

Numerar os casos de carregamento atribuindo um nome a cada um deles. Definir as cargas nodais, cargas aplicadas sobre as vigas e sobre os andares para cada um destes carregamentos.

O Manual descritivo que se segue é uma reprodução, passo a passo, de todas as leituras processadas pelos programas SATEM 1, SATEM 2 e SATEM 3. Identifica-se em cada sub-item do manual, três partes:

- frases em letras maiúsculas indicam exatamente o que aparece na tela do microcomputador, sendo que aquelas seguidas de um ponto de interrogação indicam leitura.

- Verificação define que o conjunto de dados recém digitados será listado na tela para conferência visual do mesmo.
- O restante serão explicações que orientarão o usuário.

## C.2 - BLOCO 1 - SATEM 1

### INFORMAÇÕES GERAIS

#### C.2.1 . IDENTIFICAÇÃO DA ESTRUTURA

- . NOME DO EDIFÍCIO?
- . NOME DO CLIENTE?
- . UNIDADES EMPREGADAS?

#### - Verificação

Para NOME DO EDIFÍCIO fornecer um "string" alfa-numérico (conjunto de caracteres alfabéticos e numéricos) com no máximo 60 caracteres. Idem para NOME DO CLIENTE. Para UNIDADES EMPREGADAS, a "string" poderá ter no máximo 8 caracteres (ex. KN/M).

#### C.2.2 . DADOS GERAIS DO EDIFÍCIO

- . NÚMERO DE ANDARES?
- . NÚMERO DE CARREGAMENTOS?
- . NÚMERO DE MATERIAIS?
- . NÚMERO DE NÓS?
- . NÚMERO DE GRUPOS DE VIGAS SIMPLES?
- . NÚMERO DE GRUPOS DE VIGAS ESPECIAIS?
- . NÚMERO DE GRUPOS DE PILARES SEÇÃO SÓLIDA?
- . NÚMERO DE GRUPOS DE PILARES SEÇÃO ABERTA?

. NÚMERO DE GRUPOS DE PILARES ESPECIAIS?

- Verificação

Os dados anteriores deverão estar de acordo com C.

C.2.3 . DADOS DOS MATERIAIS

Para cada material fornecer

. MÓDULO DE ELASTICIDADE LONGITUDINAL?

. MÓDULO DE ELASTICIDADE TRANSVERSAL?

. PESO ESPECÍFICO?

- Verificação

C.2.4 . COORDENADAS DOS NÓS

Para cada nó fornecer

. COORDENADA X?

. COORDENADA Y?

- Verificação

C.2.5 . DADOS GEOMÉTRICOS DOS GRUPOS DE VIGAS SIMPLES

Se o número de grupos de vigas simples for igual a zero, passar para C.2.6; do contrário, fornecer, para cada um destes grupos:

. MOMENTO DE INÉRCIA X?

. MOMENTO DE INÉRCIA Y?

. ÁREA DA SEÇÃO TRANSVERSAL?

. FATOR DE FORMA PARA CORTANTE?

- Verificação

Se for dispensada a consideração das deformações do esforço cortante, introduzir valores nulos para FATOR DE FORMA PARA CORTANTE. MOMENTO DE INÉRCIA  $X$  é o momento de inércia à torção.

#### C.2.6 . DADOS DOS GRUPOS DE VIGAS ESPECIAIS

Se o número de grupos de vigas especiais for  $i$  - igual a zero, passar para B.2.7; do contrário, informar , para cada um destes grupos:

. SERÁ FORNECIDA:

1 - MATRIZ DE FLEXIBILIDADE

2 - MATRIZ DE RIGIDEZ

Com a opção 1, fornecer os seguintes termos, em sequência:

.  $F_{VL44}$ ,  $F_{VL45}$ ,  $F_{VL46}$ ,  $F_{VL55}$ ,  $F_{VL56}$ ,  $F_{VL66}$

Se opção 2, fornecer os termos da e acima da diagonal principal, em sequência por linhas.

.  $S_{VL11}$ ,  $S_{VL12}$ , ...,  $S_{VL16}$ ,  $S_{VL22}$ ,  $S_{VL23}$ , ...,  $S_{VL66}$

- Verificação

C.2.7 . DADOS GEOMÉTRICOS DOS GRUPOS DE PILARES  
DE SEÇÃO SÓLIDA

Se o número de grupos destes pilares for maior que zero, fornecer para cada grupo:

- . MOMENTO DE INÉRCIA X?
- . MOMENTO DE INÉRCIA Y?
- . MOMENTO DE INÉRCIA Z?
- . ÁREA EFETIVA X?
- . ÁREA EFETIVA Y?
- . ÁREA SEÇÃO TRANSVERSAL?
- . COORDENADA X CG/CC?
- . COORDENADA Y CG/CC?

- Verificação

Todos os parâmetros acima são definidos no sistema de eixos locais. Por MOMENTO DE INÉRCIA Z entende-se o momento de inércia à torção; ÁREA EFETIVA X é a área da seção transversal multiplicada pelo fator de forma de cortante na direção x (idem na direção y, para ÁREA EFETIVA Y). Se se dispensar a consideração dos efeitos de deformação por cortante, atribuir valores nulos a estes parâmetros. COORDENADA X ou Y CG/CC são as coordenadas do centróide da seção em relação ao centro de cisalhamento.

C.2.8 . DADOS GEOMÉTRICOS DOS GRUPOS DE PILARES  
DE SEÇÃO ABERTA

Para cada um destes grupos (se maior que zero), de  
finir os seguintes parâmetros:

- . MOMENTO DE INÉRCIA X?
- . MOMENTO DE INÉRCIA Y?
- . MOMENTO DE INÉRCIA Z?
- . ÁREA EFETIVA X?
- . ÁREA EFETIVA Y?
- . ÁREA SEÇÃO TRANSVERSAL?
- . COORDENADA X CG/CC?
- . COORDENADA Y CG/CC?
- . MOMENTO DE INÉRCIA SETORIAL?
- . Verificação

São válidas para este item as mesmas observações  
feitas no item anterior.

C.2.9 . DADOS DOS GRUPOS DE PILARES ESPECIAIS

Se o número de grupos de pilares especiais for  
maior que zero, informar, para cada grupo:

- . SERÁ FORNECIDA:
- 1 - MATRIZ DE FLEXIBILIDADE
- 2 - MATRIZ DE RIGIDEZ

Se alternativa 1, fornecer os coeficientes de fle  
xibilidade correspondentes aos graus de liberdade da ex-  
tremidade superior do pilar:

•  $F_{PL77}, F_{PL78}, \dots, F_{PL7,12}, F_{PL88}, F_{PL89}, \dots, F_{PL12,12}$

Se alternativa 2, fornecer os termos da e acima da diagonal principal, em sequência por linhas

•  $S_{PL11}, S_{PL12}, \dots, S_{PL1,12}, S_{PL22}, S_{PL23}, \dots, S_{PL12,12}$

- Verificação

O programa só aceitará pilares especiais do tipo seção sólida, ou seja, com 6 graus de liberdade em cada nó.

C.2.10 . FIM DE SATEM 1

C.3 BLOCO 2 - SATEM 2

#### DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA

A estrutura é descrita, andar por andar, a partir do topo da edificação. A geometria de um andar qualquer, posterior ao primeiro, pode ser definida tendo-se como base a geometria do andar anterior (superior), conquanto tenha-se obedecido os critérios estabelecidos em B.1, referentes a nós, vigas e pilares. Neste caso, em termos de comparação, ocorrerá uma das duas hipóteses seguintes: o andar poderá ser geometricamente idêntico ao anterior e não haverá necessidade de descrevê-lo, ou, havendo diferenças na geometria entre os andares, define-se apenas estas diferenças. Por exemplo, fato de ocorrência comum, certos pilares alteram suas seções transversais. Em um terceira hipótese, o usuário define o pavimento sem conhecimento do andar ante-



cedente, tal como acontece para o primeiro pavimento.

De acordo com o exposto, o conjunto de informações do item C.3.1 descreve a geometria de um andar independentemente do andar anterior, enquanto que, na etapa C.3.3 o usuário descreve um andar relatando as alterações que ocorrem neste andar em relação ao andar anterior. Após a definição de todos os pavimentos, pode-se entrar com os apoios elásticos na base da estrutura (item C.3.4).

. DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA

. INFORMAÇÕES DAS CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DO ANDAR (número do andar)

C.3.1 DESCRIÇÃO DO ANDAR SEM CONSIDERAÇÃO DO ANDAR ANTERIOR

C.3.1.1 . NÚMERO DE VIGAS NO ANDAR?

. NÚMERO DE PILARES NO ANDAR?

. NÚMERO DE NÓS NO ANDAR?

- Verificação

C.3.1.2 . INFORMAÇÕES DOS GRAUS DE LIBERDADE DOS NÓS

. INDIQUE SE EM TODOS OS NÓS DESTES ANDAR O NÚMERO DE GRAUS DE LIBERDADE É 3 (S/N)?

Se S passar para C.3.1.3; senão, fornecer para cada nó neste andar:

. NÚMERO DO NÓ?

. GRAUS DE LIBERDADE (3 ou 4)?

- Verificação

C.3.1.3 . PÉ-DIREITO DO ANDAR?

- Verificação

C.3.1.4 . APOIOS ELÁSTICOS LATERAIS:

. NA DIREÇÃO LINEAR X?

. NA DIREÇÃO LINEAR Y?

. NA DIREÇÃO ROTAÇÃO Z?

- Verificação

C.3.1.5 . DADOS DAS VIGAS DO ANDAR

Se o número de vigas no andar for igual a zero ,  
passar para C.3.1.6; do contrário, fornecer, para cada  
viga do andar:

. NOME DA VIGA?

. FORMA?

. GRUPO?

. MATERIAL?

. NÓ INICIAL?

. EXCENTRICIDADE X?

. EXCENTRICIDADE Y?

. COORDENADA SETORIAL?

. DERIVADA COORD SET X?

. DERIVADA COORD SET Y?

. NÓ FINAL?

. EXCENTRICIDADE X?

- . EXCENTRICIDADE Y?
- . COORDENADA SETORIAL?
- . DERIVADA COORD SET X?
- . DERIVADA COORD SET Y?

#### - Verificação

Nas informações acima, para NOME DA VIGA fornecer um "string" alfanumérico com no máximo 4 caracteres (ex V12). Por FORMA reconhece-se a forma de sua seção transversal obedecendo-se a seguinte correspondência

- 1 - viga de eixo reto e seção transversal constante
- 2 - viga de eixo circular e seção transversal constante
- 3 - viga de eixo reto com mísulas retas verticais
- 4 - viga especial

GRUPO e MATERIAL caracterizam, respectivamente, as propriedades da seção transversal e o material do elemento de acordo com a numeração definida em C.2.5 e C.2.3.

O número atribuído ao NÓ INICIAL deve ser necessariamente menor que o atribuído ao NÓ FINAL, ficando , através destes, fixado o sistema de referência de eixos locais. As informações relacionadas ao grau de liberdade de empenamento (COORDENADA SETORIAL, DERIVADA COORD SET X e Y) só serão necessárias se o ponto nodal correspondente tiver 4 graus de liberdade.

### C.3.1.6 . DADOS DOS PILARES DO ANDAR

Os dados abaixo referem-se a cada pilar do andar em questão.

- . NOME DO PILAR?
- . FORMA?
- . GRUPO?
- . MATERIAL?
- . NÓ INFERIOR?
  - . EXCENTRICIDADE X?
  - . EXCENTRICIDADE Y?
- . NÓ SUPERIOR?
  - . EXCENTRICIDADE X?
  - . EXCENTRICIDADE Y?
- . ÂNGULO GAMA?

#### - Verificação

Para NOME DO PILAR, fornecer um "string" alfanumérico com no máximo 4 caracteres. Por FORMA define-se a forma da seção transversal do pilar de acordo com C.1.5. GRUPO E MATERIAL caracterizam as propriedades da seção transversal e o material do elemento de acordo com C.2.7 ou C.2.8, respectivamente.

Se o pilar for de forma igual a 2, não será necessário fornecer as excentricidades, tanto no nó superior quanto no inferior, visto que o pilar é vertical sem al

teração na posição de seu eixo. Para pilares de forma 1 ou 3, com o nó inferior de mesmo número que o nó superior (pilar vertical), introduzir somente as excên - tricidades do nó inferior.

Após o último pilar passar para C.3.2 ou C.3.4 se for o último andar.

### C.3.2 . SELECIONE ALTERNATIVA REFERENTE À GEOMETRIA DO ANDAR

- 1 - ANDAR IDÊNTICO AO ANTERIOR
- 2 - ANDAR DEFINIDO COM BASE NO ANTERIOR
- 3 - ENTRAR TODOS OS DADOS DA ANDAR

Com a opção 1 passar o o andar seguinte (C.3.2) ou C.3.4 se último andar.

Optando pela alternativa 2, fornecer as modificações da geometria do andar atual em relação ao anterior de acordo com C.3.3.

Com a opção 3, o andar será definido integralmente, como exposto em C.3.1.

### C.3.3 DESCRIÇÃO DO ANDAR COM BASE NO ANDAR ANTERIOR

#### C.3.3.1 . ALTERAÇÕES NOS NÓS - (S/N)?

Se o andar permanecer com os mesmos nós do andar anterior, entrar N, do contrário indicar:

. NÚMERO DO NÓ A ALTERAR?

(FINAL DAS ALTERAÇÕES ENTRE 0)

. QUAL ALTERAÇÃO A SER FEITA?

1 - EXCLUIR NÓ

2 - INCLUIR NÓ

Para inclusão de nó fornecer

. GRAUS DE LIBERDADE (3 ou 4)?

- Verificação

C.3.3.2 . ALTERAÇÃO NO PÉ-DIREITO - (S/N)?

Se opção N passar para C.3.3.3; do contrário, indicar o novo valor do pé-direito.

- Verificação

C.3.3.3 . ALTERAÇÕES NOS APOIOS ELÁSTICOS LATERAIS - (S/N)?

Com a opção N o andar permanece com os mesmos apoios elásticos laterais; se opção S indicar os novos valores.

- Verificação

C.3.3.4 . ALTERAÇÕES NAS VIGAS - (S/N)?

Não havendo alterações, entrar N e seguir para C.3.3.5; do contrário, entrar S e fornecer:

. NOME DA VIGA A SER ALTERADA?

(FINAL DAS ALTERAÇÕES ENTRE 0)

. QUAL MODIFICAÇÃO A SER FEITA?

1 - VIGA COM DADOS A ALTERAR

2 - VIGA A EXCLUIR

3 - VIGA A INCLUIR

Se opção 1 introduzir os novos dados desta viga (item C.3.1.5) exceto FORMA, NÓ INICIAL e NÓ FINAL. (Portanto, pode-se alterar as propriedades geométricas, material e as excentricidades em ambos os nós).

Com a opção 2 exclui-se a viga do andar.

Se opção 3 introduzir os dados desta nova viga (C.3.1.5).

Finaliza-se as alterações entrando 0 em NOME DA VIGA A SER ALTERADA.

#### C.3.3.5 . ALTERAÇÕES NOS PILARES - (S/N)?

Com a alternativa N passar para o próximo andar (C.3.2) ou C.3.4 em se tratando do último pavimento. Havendo modificações informar:

- NOME DO PILAR A SER ALTERADO?

(FINAL DAS ALTERAÇÕES ENTRE 0)

. QUAL MODIFICAÇÃO A SER FEITA?

1 - PILAR COM DADOS A ALTERAR

2 - PILAR A EXCLUIR

3 - PILAR A INCLUIR

Com a opção 1 entrar os novos dados do pilar (item C.3.1.6) exceto FORMA, NÓ INFERIOR e NÓ SUPERIOR .

Com a opção 2 exclui-se o pilar deste pavimento.

Se opção 3 introduzir os dados deste novo pilar (C.3.1.6).

Não mais havendo alterações, entrar 0 em NOME DO PILAR A SER ALTERADO, seguindo-se para o próximo andar (C.3.2) ou C.3.4 no caso deste ser o último.

#### C.3.4 . APOIOS ELÁSTICOS NA BASE

Após a definição da geometria do último andar, informar se existe exclusão de nós no nível da base (opção 1 de C.3.3.1). Os dados de apoios elásticos na base são definidos conforme o seguinte:

. EXISTE APOIOS ELÁSTICOS NA BASE - (S/N)?

Existindo apoios de molas, informar:

. NÚMERO DO NÓ COM APOIOS ELÁSTICOS?

(FINAL DAS INFORMAÇÕES ENTRE 0)

. COEFICIENTES DE MOLA

. NA DIREÇÃO ROTAÇÃO X?

. NA DIREÇÃO ROTAÇÃO Y?

. NA DIREÇÃO LINEAR Z?

. NA DIREÇÃO BIMOMENTO?

- Verificação

Se o número de graus de liberdade do nó for 3 não informar NA DIREÇÃO BIMOMENTO. Entrando 0 em NÚMERO DO NÓ COM APOIOS ELÁSTICOS, finaliza a entrada dos dados da geometria da estrutura.

. FIM DE SATEM 2.



C.4 - BLOCO 3 - SATEM 3DESCRIÇÃO DOS CARREGAMENTOS

Os carregamentos atuantes sobre a estrutura podem ser introduzidos de forma semelhante à descrição da geometria, ou seja, para cada carregamento, as cargas atuantes sobre um andar qualquer, posterior ao primeiro, podem ser definidas tendo-se como base as cargas do andar imediatamente anterior. Se esta for a alternativa escolhida, é suficiente que se informe as diferenças existentes entre os pavimentos considerados. Exceção a esta regra acontece se a geometria do andar tenha sido definida diretamente (opção 3 de C.3.2). Neste caso, o programa automaticamente induzirá o usuário a entrar todas as cargas sobre o andar.

O conjunto de informações do item C.4.3 define as cargas sobre um andar, sem ligação com as cargas do andar anterior (portanto necessariamente para o primeiro andar), enquanto que no item C.4.5 descreve-se as cargas sobre um andar alterando as cargas do andar anterior. Finalmente no item C.4.6 define-se os possíveis recalques de apoio, para o carregamento considerado.

Os carregamentos devem ser fornecidos sequencialmente na ordem crescente dos números naturais. O programa não está preparado para fazer combinações de carregamento.

## . CARREGAMENTO NÚMERO —

A mensagem acima aparece no vídeo sempre que se inicia os dados de um novo carregamento.

## C.4.1 . TÍTULO?

Fornecer um título que identifica o carregamento com no máximo 60 caracteres.

- Verificação

## C.4.2 . CÁLCULO AUTOMÁTICO DO PESO PRÓPRIO - (S/N)?

A opção S torna automática a consideração do peso próprio de todas as vigas e pilares verticais da estrutura, para o carregamento que está sendo definido.

- Verificação

## C.4.3 DESCRIÇÃO DAS CARGAS DO ANDAR SEM CONSIDERAR AS CARGAS DO ANDAR ANTERIOR

## C.4.3.1 . CARGAS HORIZONTAIS SOBRE O ANDAR

. FORÇA X?

. FORÇA Y?

. MOMENTO Z?

- Verificação

Os valores acima são considerados atuando nas direções dos eixos globais, com ponto de aplicação onde o eixo Z intercepta o plano do andar.

## C.4.3.2 . NÚMERO DE NÓS CARREGADOS NO ANDAR?

. NÚMERO DE VIGAS CARREGADAS NO ANDAR?

- Verificação

#### C.4.3.3 . DADOS DE CARGAS NODAIS

Para cada um dos nós carregados, introduzir os valores abaixo, considerados positivos nas direções positivas dos eixos globais:

. MOMENTO X?

. MOMENTO Y?

. FORÇA Z?

. BIMOMENTO?

- Verificação

Só se define BIMOMENTO se o ponto nodal considerado tem 4 graus de liberdade.

#### C.4.3.4 . CARGAS SOBRE AS VIGAS

Os possíveis tipos de cargas sobre as vigas, cuja consideração é automática, foram descritos em IV.1.4 . As cargas verticais são positivas quando atuam na direção negativa do eixo Z, ou seja, cargas de gravidade. Para cada uma das vigas carregadas do andar, em qual - quer ordem definir todas as cargas sobre ela atuantes, conforme a seguir:

##### C.4.3.4.1 . NOME DA VIGA COM CARGAS?

Se a viga é do tipo especial passar para C.4.3.5

. CARGAS SOBRE A VIGA (nome da viga)

#### C.4.3.4.2 . TIPO DE CARGA?

- 1 - CARGA CONCENTRADA
- 2 - CARGA DISTRIBUÍDA TOTAL
- 3 - CARGA DISTRIBUÍDA PARCIAL
- 4 - CARGA TRAPEZOIDAL
- 5 - CARGA MOMENTO DE TORÇÃO
- 6 - CARGA MOMENTO FLETOR
- 0 - FINAL DAS CARGAS SOBRE A VIGA

Se a forma da viga for 2 ou 3, só são válidas as opções 1, 2 e 7. A opção 0 finaliza os dados de cargas sobre a viga, com o que segue-se para a próxima viga carregada (C.4.3.4.1), ou para a definição do carregamento do próximo andar (C.4.4), ou para descrição de recalques (C.4.6) em se tratando do último pavimento.

#### Opção 1

- . CARGA CONCENTRADA:
- . VALOR DA CARGA (P)?
- . DISTÂNCIA A ?

Se a viga for de forma circular, substituir DISTÂNCIA A por:

- . ÂNGULO ALFA?

- Verificação

## Opção 2

. CARGA DISTRIBUÍDA TOTAL:

. VALOR DA CARGA (Q) ?

- Verificação

## Opção 3

. CARGA DISTRIBUÍDA PARCIAL:

. VALOR DA CARGA (Q) ?

. DISTÂNCIA A?

. DISTÂNCIA B?

- Verificação

## Opção 4

. CARGA TRAPEZOIDAL:

. CARGA À ESQUERDA (QE) ?

. CARGA À DIREITA (QD) ?

. DISTÂNCIA A?

. DISTÂNCIA B?

- Verificação

## Opção 5

. CARGA MOMENTO DE TORÇÃO:

. VALOR DO MOMENTO (MX) ?

. DISTÂNCIA A?

- Verificação

## Opção 6

- . CARGA MOMENTO FLETOR:
- . VALOR DO MOMENTO (MY) ?
- . DISTÂNCIA A?

## - Verificação

Os significados dos valores acima estão definidos nas figuras IV.5 a IV.7 . Após a descrição de uma determinada carga, o programa retorna a C.4.3.4.2.

## C.4.3.5 . ESFORÇOS DE ENGASTAMENTO PERFEITO

- . ESFORÇO 1
- . ESFORÇO 2
- . ESFORÇO 3
- . ESFORÇO 4
- . ESFORÇO 5
- . ESFORÇO 6

## - Verificação

Os esforços acima estão numerados na mesma sequência dos graus de liberdade dos nós extremos da viga, nas direções dos eixos locais.

## C.4.4 . SELECIONE A ALTERNATIVA REFERENTE ÀS CARGAS DO ANDAR

- 1 - ANDAR COM CARGAS IDÊNTICAS ÀS DO ANDAR ANTERIOR
- 2 - CARGAS DO ANDAR DEFINIDAS COM BASE NO ANDAR ANTERIOR
- 3 - ENTRAR TODOS OS DADOS DE CARGA DO ANDAR

A opção 1 define as cargas sobre o andar em questão exatamente iguais às do andar anterior.

Com a opção 2 define-se as cargas sobre o andar baseando-se nas cargas do andar anterior. Por exemplo, caso comum na prática, as cargas laterais variam ao longo da altura da edificação, enquanto que as cargas verticais se repetem. As possibilidades de alterações de cargas na passagem de um pavimento para o seguinte estão especificadas em C.4.5.

A opção 3 permite ao usuário definir as cargas sobre o andar sem relação com o andar anterior (C.4.3).

#### C.4.5 DESCRIÇÃO DAS CARGAS DO ANDAR BASEANDO-SE NAS CARGAS DO ANDAR ANTERIOR

##### C.4.5.1 . ALTERAÇÕES NAS CARGAS HORIZONTAIS - (S/N)?

Havendo alterações nas cargas horizontais (FORÇA X, FORÇA Y, MOMENTO Z) entrar os novos valores.

##### C.4.5.2 . ALTERAÇÕES NAS CARGAS NODAIS - (S/N)?

Com a opção N , todos os nós carregados no andar anterior permanecem neste andar, com as mesmas cargas. A opção S aciona as alterações:

. NÚMERO DO NÓ COM CARGAS A ALTERAR?

(FINAL DAS ALTERAÇÕES ENTRE 0)

. QUAL MODIFICAÇÃO A SER FEITA?

- 1 - ALTERAR VALORES DAS CARGAS
- 2 - EXCLUIR CARGAS DO NÔ
- 3 - INCLUIR CARGAS NO NÔ

Com as opções 1 ou 3 entrar os valores atuais das cargas no nô (C.4.3.3). Com a entrada 2, o nô ficará sem cargas.

#### C.4.5.2 . ALTERAÇÕES NAS CARGAS SOBRE VIGAS - (S/N)?

Havendo modificações entrar S, informando a seguir:

. NOME DA VIGA COM CARGAS A ALTERAR?

(FINAL DAS ALTERAÇÕES ENTRE 0)

. QUAL MODIFICAÇÃO A SER FEITA?

- 1 - ALTERAR VALORES DE CARGAS NA VIGA
- 2 - EXCLUIR CARGAS DA VIGA
- 3 - INCLUIR CARGAS NA VIGA

Ocorrendo 1 entrar os novos valores das cargas na viga (mesmo que alguma carga em particular não tenha se modificado). A opção 2 exclui as cargas sobre a viga, caso esta tenha estado com cargas no andar anterior. Com a alternativa 3 entrar os valores das cargas sobre a viga (C.4.3.4).

#### C.4.6 . DEFINIÇÃO DE RECALQUES DE APOIO

Após a entrada das cargas do último andar, define-se os possíveis recalques de apoio:



. EXISTE RECALQUES DE APOIO - (S/N)?

Existindo recalques, entrar S e definir a seguir:

. NÚMERO DO NÓ COM RECALQUES?

(FINAL DAS INFORMAÇÕES ENTRE 0)

. RECALQUES:

. NA DIREÇÃO ROTAÇÃO X?

. NA DIREÇÃO ROTAÇÃO Y?

. NA DIREÇÃO LINEAR Z?

. NA DIREÇÃO BIMOMENTO?

Na última informação só é necessária se o nó em questão tem 4 graus de liberdade (deslocamentos independentes de nó).

C.4.7 . FIM DE SATEM 3.

APÊNDICE DLISTAGENS DOS PROGRAMAS

D.1 - SATEM 4

```

      PROGRAM SATEM4
C ***
C   PROGRAMA PARA MONTAR A MATRIZ DE RIGIDEZ DA ESTRUTURA
C ***
      BYTE VTB(200),UTA(40),VTM(5)
      INTEGER VTK(60),VTL(60),VTD(50)
      DIMENSION VTS(4300),VTG(75),VTR(220),VTY(40)
      COMMON/D1/SVP(14,14)
      COMMON/D2/SRT(14,11)
      COMMON/D3/RT1(7,7),RT2(7,7)
      COMMON/C1/LE,IMP
      COMMON/C2/NMAT,NNOS,NGVS,NGVE,NGPS,NGPE,NGPW,NGVF
      COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
      COMMON/C4/NUIGAS,NPILAR,NNOA,NUIGC,NNOC,NGL
      COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEGF,NEGI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
      COMMON/C6/CA,CB,CC,CL,TOL,RAIO,AFI,BA,XA,YA
      COMMON/C7/IVTB,IVTR,IFORMA,IGRUPO,IMATER
      COMMON/C8/SENA,COSA,SENB,COSB,SENG,COSG
      COMMON/C9/IVTS,NRS,NTOTAS,NTMR,NMAX,NANDAR,NCARRE
C ***
      NDIMD=50
      NDIMK=60
      NDIML=60
      NDIMS=4300
      NDIMA=40
      NDIMY=40
      NTOTAS=0
      NRS=1
      NRR=1
C ***
      DO 1001 K=1,NDIMS
1001  VTS(K)=0.
C ***
C   LER INFORMACOES DE SATEM1
C ***
      CALL GRAVA4(VTM(1),VTG(1),VTB(1),VTR(1),UTA(1),VTK(1),
1  VTL(1),VTS(1),VTD(1),1)
      II=2*NNOS
      IF(II.GT.NDIMY)CALL ERRO(12,2)
      KK=2*NNOS
      II=3*NMAT
      DO 1195 K=1,KK
      II=II+1
1195  VTY(K)=VTG(II)
      II=NANDAR+1
      IF(II.GT.NDIMD)CALL ERRO(11,2)
C ***
      DO 1000 N=1,NANDAR
C ***
C   LER INFORMACOES DE SATEM2 - GEOMETRIA DO ANDAR
C ***
      CALL GRAVA4(VTM(1),VTG(1),VTB(1),VTR(1),UTA(1),VTK(1),
1  VTL(1),VTS(1),VTD(1),2)
C ***
      IF(II.GT.NDIMY)CALL ERRO(1,2)

```

```

      II=2*NOAF
      NEQF=3*NOAF+VTB(II)+3
      II=2*NOAI
      NEQI=3*NOAI+VTA(II)
      NMAX=NEQF
      IF(NEQI.GT.NEQF)NMAX=NEQI
      IF(NMAX.GT.NDIMK)CALL ERRO(4,2)
      IF(NMAX.GT.NDTML)CALL ERRO(5,2)
      CALL PERFIL(VTA(1),VTB(1),VTK(1),VTL(1))
C ***
C      NTMR = NUMERO DE TERMOS DA MATRIZ DE RIGIDEZ DO ANDAR
C ***
      NTMR=VTK(NEQF)+VTL(NEQI)+VTK(NEQI)
      IF(NTMR.GT.NDIMS)CALL ERRO(9,2)
      NTMR=NTMR-VTK(NEQI)
      IVTB=2*NOAF+1
      IVTR=5
C ***
C      MATRIZ DE RIGIDEZ DAS VIGAS
C ***
      IF(NVIGAS.GT.0)CALL VIGAS4(VTB(1),VTM(1),VTG(1),VTK(1),
1VTL(1),VTR(1),VTS(1))
C ***
C      MATRIZ DE RIGIDEZ DOS PILARES
C ***
      CALL PILAR4(VTA(1),VTB(1),VTM(1),VTG(1),VTK(1),VTL(1),
1VTR(1),VTS(1),VTY(1))
C ***
C      APOIOS ELASTICOS LATERAIS
C ***
      II=NEQF-3
      DO 1070 K=1,3
      L=II+K
      JJ=VTK(L)
1070  VTS(JJ)=VTS(JJ)+VTR(K+1)
      IF(N.LT.NANDAR)GO TO 1144
C ***
C      CONDIC0ES DE CONTORNO PARA O ULTIMO ANDAR
C ***
      CALL GRAVA4(VTM(1),VTG(1),VTB(1),VTR(1),VTA(1),VTK(1),
1VTL(1),VTS(1),VTD(1),3)
      CALL APOIO4(VTB(1),VTK(1),VTL(1),VTR(1),VTS(1))
C ***
C      TRIANGULARIZACAO DA MATRIZ DE RIGIDEZ DO ANDAR
C ***
1144  CALL TRIAN4(VTK(1),VTL(1),VTS(1),1)
C ***
C      GRAVAR NO DISQUETE A MATRIZ TRIANGULARIZADA
C ***
      CALL GRAVA4(VTM(1),VTG(1),VTB(1),VTR(1),VTA(1),VTK(1),
1VTL(1),VTS(1),VTD(1),4)
      I=VTK(NEQI)
      DO 1094 K=1,I
      J=NTMR+K
1094  VTS(K)=VTS(J)

```

```

      IF(N.EQ.NANDAR)GO TO 1000
      I=I+1
      DO 1100 K=I,J
1100   VTS(K)=0.
      II=3*NMAT
      KK=2*NNOS
      DO 1198 K=1,KK
      II=II+1
1198   VTG(II)=VTY(K)
1000   CONTINUE
      NTMR=VTK(NEQI)
      N=N+1
      NEQF=NEQI
      CALL TRIAN4(VTK(1),VTL(1),VTS(1),2)
      NEQI=1
      CALL GRAVA4(UTM(1),VTG(1),VTB(1),VTR(1),VTA(1),VTK(1),
1   VTL(1),VTS(1),VTD(1),4)
      WRITE(IMP,1250)
1250   FORMAT(2X,'* FINAL DE SATEM4 *')
      END

      SUBROUTINE PERFIL(VTA,VTB,VTK,VTL)
C ***
C   SUBROTINA PARA CALCULAR AS ALTURAS EFETIVAS DAS COLUNAS
C   DA MATRIZ
C ***
      BYTE VTA(1),VTB(1)
      INTEGER VTK(1),VTL(1)
      COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
      COMMON/C4/NVIGAS,NPILAR,NNOA,NVIGC,NNOC,NGL
      COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
      COMMON/C7/IVTB,IVTR,IFORMA,IGRUPO,IMATER
      COMMON/C9/IVTS,NRS,NTOTAS,NTMR,NMAX,NANDAR,NCARRE
C ***
      II=0
      DO 1005 I=1,NMAX
      II=II+I
1005   VTK(I)=II
      DO 1006 I=1,NEQI
1006   VTL(I)=0
      IVTB=2*NOAF+5*NVIGAS+1
      DO 1007 I=1,NPILAR
      NOI=VTB(IVTB+3)
      NOF=VTB(IVTB+4)
      CALL NGRAU2(VTA(1),1,LK)
      CALL NGRAU2(VTB(1),2,LK)
      KK=NEQF-NQF+1
      IF(VTL(NQI).GT.KK)GO TO 1012
      VTL(NQI)=KK
      DO 1013 L=2,NGLI
      NQI=NQI+1

```

```

1013 VTL(NQI)=KK
1012 IVTB=IVTB+5
1007 CONTINUE
DO 1014 I=2,NEQI
1014 VTL(I)=VTL(I)+VTL(I-1)
RETURN
END

```

SUBROUTINE VIGAS4(UTB,UTM,UTG,UTK,UTL,VTR,VTS)

```

C ***
C SUBROTINA QUE PREPARA DADOS PARA CALCULAR
C MATRIZ DE RIGIDEZ DAS VIGAS
C ***
  BYTE UTB(1),UTM(1)
  INTEGER UTK(1),UTL(1)
  DIMENSION UTG(1),VTR(1),VTS(1)
  COMMON/C2/NMAT,NNOS,NGVS,NGVE,NGPS,NGPE,NGPW,NGVF
  COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
  COMMON/C4/NVIGAS,NPILAR,NNOA,NVIGC,NNOC,NGL
  COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
  COMMON/C6/CA,CB,CC,CL,TOL,RAIO,AFI,BA,XA,YA
  COMMON/C7/IVTB,IVTR,IFORMA,IGRUP0,IMATER
  COMMON/C9/IVTS,NRS,NTOTAS,NTMR,NMAX,NANDAR,NCARRE
C ***
  DO 1015 I=1,NVIGAS
    IFORMA=UTB(IVTB)
    IGRUP0=UTB(IVTB+1)
    IMATER=UTB(IVTB+2)
    NOI=UTB(IVTB+3)
    NOF=UTB(IVTB+4)
C ***
C DEFINE GRAUS DE LIBERDADE
C ***
    CALL NGRAU2(UTB(1),3,LK)
    CALL NGRAU2(UTB(1),2,LK)
    II=3*NMAT+2*NOI-1
    JJ=3*NMAT+2*NOF-1
C ***
C MATRIZ ROTACAO-TRANSFORMACAO
C ***
    CALL MRTVG4(UTG(II),UTG(II+1),UTG(JJ),UTG(JJ+1),VTR(IVTR)
1,VTR(IVTR+1),VTR(IVTR+2),VTR(IVTR+3),VTR(IVTR+4),
2VTR(IVTR+5),VTR(IVTR+6),VTR(IVTR+7),VTR(IVTR+8),
3VTR(IVTR+9))
    II=3*IMATER-2
    IVTR=IVTR+10
    JJ=3*NMAT+2*NNOS+4*IGRUP0-3
    GO TO (1020,1021,1022,1023),IFORMA
C ***
C VIGAS DE EIXO RETO E SECAO CONSTANTE
C ***

```

```

1020 CALL MRVGS4(UTG(II),UTG(II+1),UTG(JJ),UTG(JJ+1),UTG(JJ+2)
      1,UTG(JJ+3))
      GO TO 1026
C ***
C     VIGAS DE EIXO CIRCULAR E SECAO CONSTANTE
C ***
1021 CALL MRVGC4(UTG(II),UTG(II+1),UTG(JJ),UTG(JJ+1),UTG(JJ+2)
      1,VTR(IVTR))
      IVTR=IVTR+1
      GO TO 1026
C ***
C     VIGAS COM MISULAS RETAS VERTICAIS
C ***
1022 CALL MRVGM4(UTG(II),UTG(II+1),UTG(JJ),UTG(JJ+1),UTG(JJ+2)
      1,VTR(IVTR),VTR(IVTR+1),VTR(IVTR+2),VTR(IVTR+3),
      1VTR(IVTR+4))
      IVTR=IVTR+5
      GO TO 1026
C ***
C     VIGAS ESPECIAIS
C ***
1023 CALL MRVGE4(UTM(1),UTG(1))
C ***
C     TRANSFORMA PARA EIXOS GLOBAIS
C ***
1026 CALL ROTRA4(8,4,3,5)
C ***
C     CONTRIBUICAO PARA MATRIZ GLOBAL
C ***
      CALL ASSEMB(VTK(1),VTL(1),VTS(1),1)
      IVTB=IVTB+5
1015 CONTINUE
      RETURN
      END

      SUBROUTINE PILAR4(UTA,UTB,UTM,UTG,UTK,VTL,VTR,VTS,VTY)
C ***
C     SUBROTINA PARA CALCULAR MATRIZ DE RIGIDEZ DOS PILARES
C ***
      BYTE UTA(1),UTB(1),UTM(1)
      INTEGER VTK(1),VTL(1)
      DIMENSION UTG(1),VTR(1),VTS(1),VTY(1)
      COMMON/C2/NMAT,NNOS,NGVS,NGVE,NGPS,NGPE,NGPW,NGVF
      COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
      COMMON/C4/NVIGAS,NPILAR,NNOA,NVIGC,NNOC,NGL
      COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEGF,NEGI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
      COMMON/C6/CA,CB,CC,CL,TOL,RAIO,AFI,BA,XA,YA
      COMMON/C7/IVTB,IVTR,IFORMA,IGRUPO,IMATER
      COMMON/C9/IVTS,NRS,NTOTAS,NTMR,NMAX,NANDAR,NCARKE
C ***
C     PRIMEIRAMENTE CALCULA-SE OS PILARES VERTICAIS

```



```

C ***
      IN=1
1072  IL=0
      MK=IVTR
      DO 1042 I=1,NPILAR
      NOI=VTB(IVTB+3)
      NOF=VTB(IVTB+4)
      IF((IN.EQ.1).AND.(NOI.NE.NOF))GO TO 1071
      IF((IN.EQ.2).AND.(NOI.EQ.NOF))GO TO 1074
      IFORMA=VTB(IVTB)
      IGRUPO=VTB(IVTB+1)
      IMATER=VTB(IVTB+2)
      IL=IL+1
C ***
C      DEFINE GRAUS DE LIBERDADE
C ***
      CALL NGRAU2(VTA(1),1,LK)
      CALL NGRAU2(VTB(1),2,LK)
      II=2*NOI-1
      JJ=3*NMAT+2*NOF-1
      IF(IN.EQ.2)GO TO 1197
C ***
C      ATUALIZA COORDENADAS
C ***
      VTY(II)=VTY(II)+VTR(IVTR)
      VTY(II+1)=VTY(II+1)+VTR(IVTR+1)
1197  KK=2
      XF=0.
      YF=0.
      IF(NOI.EQ.NOF)GO TO 1050
      KK=4
      XF=VTR(IVTR+2)
      YF=VTR(IVTR+3)
1050  KKK=IVTR+KK
      I1=3*IMATER-2
      I2=3*NMAT+2*NNOS+4*NGVS+6*NGVF+21*(NGVE-NGVF)
      IF(IFORMA.EQ.1)I2=I2+8*IGRUPO
      IF(IFORMA.EQ.2)I2=I2+8*NGPS+9*IGRUPO
C ***
C      MATRIZ ROTACAO-TRANSFORMACAO
C ***
      CALL MRTPL4(VTY(II),VTY(II+1),VTG(JJ),VTG(JJ+1),VTR(IVTR),
1      VTR(IVTR+1),XF,YF,VTR(KKK),VTR(1),VTG(I2-1),VTG(I2))
      GO TO(1052,1053,1054),IFORMA
C ***
C      PILARES DE SECAO SOLIDA
C ***
1052  I2=I2-7
      CALL MRPSW4(VTG(I1),VTG(I1+1),VTG(I2),VTG(I2+1),VTG(I2+2),
1      VTG(I2+2),VTG(I2+3),VTG(I2+4),VTG(I2+5))
      GO TO 1056
C ***
C      PILARES DE SECAO ABERTA
C ***
1053  I2=I2-8

```

```

      CALL MRPSW4(UTG(I1),UTG(I1+1),UTG(I2),UTG(I2+1),UTG(I2+2),
1UTG(I2+3),UTG(I2+4),UTG(I2+5),UTG(I2+6))
      GO TO 1056

```

```

C ***
C   PILARES ESPECIAIS
C ***
1054 CALL MRPLE4(UTM(1),UTG(1))
C ***
C   TRANSFORMA PARA EIXOS GLOBAIS
C ***
1056 CALL ROTRA4(14,7,7,8)
C ***
C   CONTRIBUICAO PARA MATRIZ GLOBAL
C ***
      CALL ASSEMB(UTK(1),UTL(1),UTS(1),2)
      IF(IN.EQ.1)IVTR=IVTR+3
      IF(IN.EQ.2)IVTR=IVTR+5
      GO TO 1073
1071 IVTR=IVTR+5
      GO TO 1073
1074 IVTR=IVTR+3
1073 IVTB=IVTB+5
1042 CONTINUE
      IF((IN.EQ.2).OR.(IL.EQ.NPILAR))RETURN
      IN=2
      IVTB=2*NOAF+5*NVLIGAS+1
      IVTR=MK
      GO TO 1072
      END

```

```

      SUBROUTINE MRTVG4(XJ,YJ,XK,YK,XI,YI,WI,DWIX,DWIY,
1XF,YF,WF,DWFX,DWYF)

```

```

C ***
C   SUBROTINA PARA CALCULAR MATRIZ ROTACAO-TRANSFORMACAO
C   DAS VIGAS
C ***
      COMMON/D3/RT1(7,7),RT2(7,7)
      COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
      COMMON/C6/CA,CB,CC,CL,TOL,RAIO,AFI,BA,XA,YA
      COMMON/C8/SENA,COSA,SENB,COSB,SENG,COSG
C ***
      CA=(XK-XJ)**2 + (YK-YJ)**2
      CB=SQRT(CA-(YF-YI)**2)
      CL=CB-XF-XI
      SENA=((YK-YJ)*CB - (YF-YI)*(XK-XJ))/CA
      COSA=((XK-XJ)*CB + (YF-YI)*(YK-YJ))/CA
      RT1(1,1)=COSA
      RT1(1,2)=SENA
      RT1(1,3)=0.
      RT1(1,4)=DWIY
      RT1(2,1)=-SENA

```

```

RT1(2,2)=COSA
RT1(2,3)=0.
RT1(2,4)=DWIX
RT1(3,1)=-YI*COSA+XI*SENA
RT1(3,2)=-YI*SENA-XI*COSA
RT1(3,3)=1.
RT1(3,4)=-WI
RT2(1,1)=COSA
RT2(1,2)=SENA
RT2(1,3)=0.
RT2(1,4)=DWFY
RT2(2,1)=-SENA
RT2(2,2)=COSA
RT2(2,3)=0.
RT2(2,4)=DWFY
RT2(3,1)=-YF*COSA-XF*SENA
RT2(3,2)=-YF*SENA+XF*COSA
RT2(3,3)=1.
RT2(3,4)=-WF
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE MRVGS4(E,G,IX,IY,AX,FC)

```

```

C ***
C   SUBROTINA P/ CALCULAR MATRIZ DE RIGIDEZ DE VIGAS DE EIXO
C   RETO E SECAO TRANSVERSAL CONSTANTE
C ***

```

```

REAL IX,IY
COMMON/D1/SVP(14,14)
COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
COMMON/C6/CA,CB,CC,CL,TOL,RAIO,AFI,BA,XA,YA

```

```

C ***
DO 1024 K=1,8
DO 1024 L=1,K
1024 SVP(L,K)=0.
CA=E*IY/CL
TOL=0.001
CB=0.
IF(FC.GT.TOL)CB=(12.*E*IY)/(G*AX*FC*CL*CL)
SVP(1,1)=G*IX/CL
SVP(1,5)=-SVP(1,1)
SVP(2,2)=(4.+CB)*CA/(1.+CB)
SVP(2,3)=-6.*CA/((1.+CB)*CL)
SVP(2,6)=(2.-CB)*CA/(1.+CB)
SVP(2,7)=-SVP(2,3)
SVP(3,3)=(12.*CA)/((1.+CB)*CL*CL)
SVP(3,6)=SVP(2,3)
SVP(3,7)=-SVP(3,3)
SVP(5,5)=SVP(1,1)
SVP(6,6)=SVP(2,2)
SVP(6,7)=SVP(2,7)

```

```

      SVP(7,7)=SVP(3,3)
      DO 1025 K=2,8
      JJ=K-1
      DO 1025 L=1,JJ
1025   SVP(K,L)=SVP(L,K)
      RETURN
      END

```

SUBROUTINE MRVGC4(E,G,IX,IY,AX,FI)

C \*\*\*

C SUBROTINA PARA CALCULAR MATRIZ DE RIGIDEZ DE VIGAS  
C DE EIXO CIRCULAR E SECAO TRANSVERSAL CONSTANTE

C \*\*\*

```

      REAL IX,IY
      COMMON/D1/SVP(14,14)
      COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
      COMMON/C6/CA,CB,CC,CL,TOL,RAIO,AFI,BA,XA,YA
      COMMON/C8/SENA,COSA

```

C \*\*\*

```

      DO 1024 K=1,8
      DO 1024 LL=1,8
1024   SVP(LL,K)=0.
      AFI=FI*3.141593/360.
      CA=AFI+SIN(2.*AFI)/2.
      CB=2.*AFI-CA
      COSA=COS(AFI)
      SENASIN(AFI)
      RAIO=CL/(2.*SENA)
      XA=G*IX
      YA=E*IY
      SVP(4,4)=RAIO*(CA/XA + CB/YA)
      SVP(4,6)=-((RAIO**2)*((2.*SENA-CA*COSA)/XA-(CB*COSA)/YA)
      SVP(5,5)=RAIO*(CB/XA+CA/YA)
      SVP(5,6)=-RAIO*SENA*SVP(5,5)
      SVP(6,6)=-((RAIO**3)*((2.*AFI+CA*COSA**2+CB*SENA**2-4.*SENA
1 *COSA)/XA + (CA*SENA**2+CB*COSA**2)/YA)
      CALL INVFLX(6)
      DO 100 K=4,6
      SVP(1,K)=-SVP(4,K)
      SVP(2,K)=SVP(6,K)*CL-SVP(5,K)
100   SVP(3,K)=-SVP(6,K)
      DO 110 K=1,3
      SVP(1,K)=-SVP(K,4)
      SVP(2,K)=SVP(K,6)*CL-SVP(K,5)
110   SVP(3,K)=-SVP(K,6)
      DO 3000 II=1,6
      KK=8
      DO 3001 LL=4,6
      KK=KK-1
3001   SVP(II,KK)=SVP(II,KK-1)
3000   SVP(II,KK-1)=0.

```

```

LL=8
DO 3002 II=1,3
KK=8
LL=LL-1
DO 3003 JJ=1,3
KK=KK-1
3003 SVP(KK,LL)=SVP(KK-1,LL)
3002 SVP(KK-1,LL)=0.
DO 1031 K=2,8
JJ=K-1
DO 1031 LL=1,JJ
1031 SVP(K,LL)=SVP(LL,K)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE MRVGM4(E,G,IX,IY,AX,HMA,HME,ALA,ALB,BL)

```

```

C ***
C SUBROTINA PARA CALCULAR MATRIZ DE RIGIDEZ DE VIGAS DE EIXO
C RETO COM MISULAS RETAS VERTICAIS
C ***

```

```

REAL IX,IY
COMMON/D1/SVP(14,14)
COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
COMMON/C6/CA,CB,CC,CL,TOL,RAIO,AFI,BA,XA,YA

```

```

C ***
DO 1024 K=1,8
DO 1024 L=1,K
1024 SVP(L,K)=0.
ALAA=ALA/CL
ALBB=ALB/CL
XA=HMA/HME-1.
YA=2.*(XA+1.)**2
CA=(XA+2.)/YA
CB=1./YA
CC=(ALOG10(XA+1.)-(XA*(3.*XA+2.)/YA))/XA**3
CC=1.-3.*(CA-2.*CB+CC)
CB=1.-2.*(CA-CB)
CA=1.-CA
YA=ALAA**3+ALBB**3
C22=1.-3.*ALAA*(CA-ALAA*CB)-YA*CC
C25=1.-3.*(ALAA**2+ALBB**2)*CB+2.*YA*CC
C55=1.-3.*ALBB*(CA-ALBB*CB)-YA*CC
XA=(HMA-HME)/(HME-0.63*BL)
XA=ALOG10(1.+XA)/XA
F11=1./(1.-(ALAA+ALBB)*(1.-XA))
XA=4.*C22*C55-C25**2
F22=3.*C55/XA
F23=(C25+2.*C55)/XA
F25=3.*C25/XA
F33=(C22+C25+C55)/XA
F35=(2.*C22+C25)/XA

```

```

F55=3.*C22/XA
XA=E*IY/CL
SVP(1,1)=G*IX*F11/CL
SVP(1,5)=-SVP(1,1)
SVP(5,5)=SVP(1,1)
SVP(2,2)=4.*XA*F22
SVP(2,3)=-6.*XA*F23/CL
SVP(2,6)=2.*XA*F25
SVP(2,7)=-SVP(2,3)
SVP(3,3)=12.*XA*F33/(CL*2)
SVP(3,7)=-SVP(3,3)
SVP(7,7)=SVP(3,3)
SVP(3,6)=-6.*XA*F35/CL
SVP(6,7)=-SVP(3,6)
SVP(6,6)=4.*XA*F55
DO 1031 K=2,8
JJ=K-1
DO 1031 L=1,JJ
1031 SVP(K,L)=SVP(L,K)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE MRUGE4(UTM,UTG)
C ***
C SUBROTINA PARA DEFINIR MATRIZ DE RIGIDEZ DE VIGAS
ESPECIAIS
C ***
BYTE UTM(1)
DIMENSION UTG(1)
COMMON/D1/SVP(14,14)
COMMON/C2/NMAT,NNOS,NGVS,NGVE,NGPS,NGPE,NGPW,NGVF
COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
COMMON/C6/CA,CB,CC,CL,TOL,RAIO,AFI,BA,XA,YA
COMMON/C7/IVTB,IVTR,IFORMA,IGRUPO,IMATER
C ***
DO 1024 K=1,8
DO 1024 L=1,8
1024 SVP(L,K)=0.
KK=0
JJ=0
IF(IGRUPO.EQ.1)GO TO 1905
II=IGRUPO-1
DO 1900 JJ=1,II
IF(UTM(JJ).EQ.1)KK=KK+1
1900 CONTINUE
JJ=II-KK
1905 LL=3*NMAT+2*NNOS+4*NGVS+21*JJ+6*KK
IF(UTM(IGRUPO).EQ.1)GO TO 1028
DO 1029 JJ=1,6
DO 1029 KK=JJ,6
LL=LL+1

```

```

1029  SVP(JJ, KK)=VTG(LL)
      GO TO 1026
1028  SVP(4, 4)=VTG(LL+1)
      SVP(4, 5)=VTG(LL+2)
      SVP(4, 6)=VTG(LL+3)
      SVP(5, 5)=VTG(LL+4)
      SVP(5, 6)=VTG(LL+5)
      SVP(6, 6)=VTG(LL+6)
      CALL INVFLX(6)
      DO 100 K=4, 6
        SVP(1, K)=-SVP(4, K)
        SVP(2, K)=SVP(6, K)*CL-SVP(5, K)
100    SVP(3, K)=-SVP(6, K)
      DO 110 K=1, 3
        SVP(1, K)=-SVP(K, 4)
        SVP(2, K)=SVP(K, 6)*CL-SVP(K, 5)
110    SVP(3, K)=-SVP(K, 6)
1026  DO 3000 II=1, 6
      KK=8
      DO 3001 LL=4, 6
        KK=KK-1
3001    SVP(II, KK)=SVP(II, KK-1)
3000    SVP(II, KK-1)=0.
      KK=8
      DO 3002 II=1, 3
        KK=KK-1
      LL=8
      DO 3003 JJ=1, 3
        LL=LL-1
3003    SVP(LL, KK)=SVP(LL-1, KK)
3002    SVP(LL-1, KK)=0.
      DO 1031 K=2, 8
        JJ=K-1
      DO 1031 L=1, JJ
1031    SVP(K, L)=SVP(L, K)
      RETURN
      END

```

```

      SUBROUTINE MRTPL4(XJ, YJ, XK, YK, XI, YI, XF, YF, GM, PD, XG, YG)
C ***
C      SUBROTINA PARA CALCULAR A MATRIZ ROTACAO-TRANSFORMACAO
C      DOS PILARES
C ***
      COMMON/D3/RT1(7,7), RT2(7,7)
      COMMON/C3/I, J, K, L, M, N, II, JJ, KK, LL, MM, NN
      COMMON/C5/NOAF, NOAI, NEQF, NEQI, NQF, NQI, NOF, NOI, NGLF, NGLI
      COMMON/C6/CA, CB, CC, CL, TOL, RAIO, AFI, BA, XA, YA
      COMMON/C7/IVTB, IVTR, IFORMA, IGRUPO, IMATER
      COMMON/C8/SENA, COSA, SENB, COSB, SENG, COSG
C ***

```

```

      DO 1047 L=1,7
      DO 1048 M=1,7
1048   RT1(L,M)=0.
      DO 1049 M=1,7
1049   RT2(L,M)=0.
1047   CONTINUE
      GAMA=GM*3.141593/180.
      XA=XJ-XI
      YA=YJ-YI
      IF(NOI.EQ.NOF)GO TO 1050
C ***
C   DEFINICAO DE PILAR INCLINADO
C ***
      XB=XK-XF
      YB=YK-YF
      CA = (XB-XA)**2 + (YB-YA)**2
      CL = SQRT(CA+PD**2)
      CA = SQRT(CA)
      SENA=(YB-YA)/CA
      COSA=(XB-XA)/CA
      SENB=CA/CL
      COSB=PD/CL
      GO TO 1051
C ***
C   DEFINICAO DE PILAR VERTICAL
C ***
1050   CL=PD
      SENA=0.
      COSA=1.
      SENB=0.
      COSB=1.
      XB=XK
      YB=YK
C ***
1051   SENG=SIN(GAMA)
      COSG=COS(GAMA)
      BA=COSG*COSB*COSA-SENG*SENA
      CC=COSG*COSB*SENA+SENG*COSA
      CA=-SENG*COSB*COSA-COSG*SENA
      CB=-SENG*COSB*SENA+COSG*COSA
      RT1(1,1)=BA
      RT1(1,2)=CC
      RT1(2,1)=CA
      RT1(2,2)=CB
      RT1(3,3)=COSB
      RT1(5,5)=BA
      RT1(5,6)=CC
      RT1(6,5)=CA
      RT1(6,6)=CB
      RT1(7,7)=COSB
      RT1(5,7)=-BA*YB+CC*XB
      RT1(6,7)=-CA*YB+CB*XB
      RT2(1,1)=BA
      RT2(1,2)=CC
      RT2(2,1)=CA

```



```

RT2(2,2)=CB
RT2(3,1)=YG*BA-XG*CA-YI*COSB
RT2(3,2)=YG*CC-XG*CB+XI*COSB
RT2(3,3)=COSB
RT2(5,5)=BA
RT2(5,6)=CC
RT2(6,5)=CA
RT2(6,6)=CB
RT2(7,7)=COSB
RT2(5,7)=-BA*YA+CC*XA
RT2(6,7)=-CA*YA+CB*XA
RT1(3,1)=YG*BA-XG*CA-YF*COSB
RT1(3,2)=YG*CC-XG*CB+XF*COSB
RT1(5,3)=-COSG*SENB
RT1(6,3)=SENG*SENB
RT1(5,1)=-YF*RT1(5,3)
RT1(5,2)=XF*RT1(5,3)
RT1(6,1)=-YF*RT1(6,3)
RT1(6,2)=XF*RT1(6,3)
RT1(7,1)=SENB*COSA
RT1(7,2)=SENB*SENA
RT1(1,7)=RT1(5,3)
RT1(2,7)=RT1(6,3)
RT1(3,5)=RT1(7,1)
RT1(3,6)=RT1(7,2)
RT1(3,7)=-RT1(7,1)*YB+RT1(7,2)*XB+YG*RT1(1,7)-XG*RT1(2,7)
RT2(5,3)=RT1(5,3)
RT2(6,3)=RT1(6,3)
RT2(5,1)=-YI*RT2(5,3)
RT2(5,2)=XI*RT2(5,3)
RT2(6,1)=-YI*RT2(6,3)
RT2(6,2)=XI*RT2(6,3)
RT2(7,1)=RT1(7,1)
RT2(7,2)=RT1(7,2)
RT2(1,7)=RT1(1,7)
RT2(2,7)=RT1(2,7)
RT2(3,5)=RT1(3,5)
RT2(3,6)=RT1(3,6)
RT2(3,7)=-RT2(7,1)*YA+RT2(7,2)*XA+YG*RT2(1,7)-XG*RT2(2,7)
IF (IFORMA.NE.2) RETURN
RT1(4,4)=1.
RT2(4,4)=1.
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE MRPSW4(E,G,IX,IY,IZ,IW,AX,AY,AZ)

```

```

C ***

```

```

C SUBROTINA PARA CALCULAR MATRIZ DE RIGIDEZ DE PILAR
C DE SECAO SOLIDA E/OU ABERTA COM EIXO RETO

```

```

C ***

```

```

REAL IX,IY,IZ,IW

```

```

COMMON/D1/SVP(14,14)
COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
COMMON/C6/CA,CB,CC,CL,TOL,RAIO,AFI,BA,XA,YA
COMMON/C7/IVTB,IVTR,IFORMA,IGRUPO,IMATER

```

C \*\*\*

```

DO 1057 K=1,14
DO 1057 L=1,K
1057 SVP(L,K)=0.
CA=12.*E/(G*CL*CL)
TOL=0.001*AZ
AXX=0.
IF(AY.GT.TOL)AXX=CA*IX/AY
Ayy=0.
IF(AX.GT.TOL)Ayy=CA*IY/AX
CA=E*IX/CL
CB=E*IY/CL
CC=E*AZ/CL
SVP(1,1)=(4.+AXX)*CA/(1.+AXX)
SVP(1,6)=6.*CA/((1.+AXX)*CL)
SVP(1,8)=(2.-AXX)*CA/(1.+AXX)
SVP(1,13)=-SVP(1,6)
SVP(2,2)=(4.+Ayy)*CB/(1.+Ayy)
SVP(2,5)=-6.*CB/((1.+Ayy)*CL)
SVP(2,9)=(2.-Ayy)*CB/(1.+Ayy)
SVP(2,12)=-SVP(2,5)
SVP(3,3)=CC
SVP(3,10)=-CC
SVP(5,5)=12.*CB/((1.+Ayy)*CL*CL)
SVP(5,9)=SVP(2,5)
SVP(5,12)=-SVP(5,5)
SVP(6,6)=12.*CA/((1.+AXX)*CL*CL)
SVP(6,8)=SVP(1,6)
SVP(6,13)=-SVP(6,6)
SVP(8,8)=SVP(1,1)
SVP(8,13)=SVP(1,13)
SVP(9,9)=SVP(2,2)
SVP(9,12)=SVP(2,12)
SVP(10,10)=SVP(3,3)
SVP(12,12)=SVP(5,5)
SVP(13,13)=SVP(6,6)
IF(IFORMA.EQ.1)GO TO 1058

```

C \*\*\*

C TERMOS CORRESPONDENTES AO EMPENAMENTO

C \*\*\*

```

CA=SQRT(G*IZ/(E*IW))
CB=CA*CL
AXX=EXP(CB)
Ayy=EXP(-CB)
SHAWL=(AXX-Ayy)/2.
CHAWL=(AXX+Ayy)/2.
CC=2.-2.*CHAWL+CB*SHAWL
GIZ=G*IZ/CC
SVP(4,4)=GIZ*(CL*CHAWL-SHAWL/CA)
SVP(4,7)=-GIZ*(CHAWL-1.)
SVP(4,11)=GIZ*(SHAWL/CA-CL)

```

```

      SVP(4,14)=-SVP(4,7)
      SVP(7,7)=GIZ*CA*SHAWL
      SVP(7,11)=SVP(4,7)
      SVP(7,14)=-SVP(7,7)
      SVP(11,11)=SVP(4,4)
      SVP(11,14)=SVP(4,14)
      SVP(14,14)=SVP(7,7)
      GO TO 1059
1058  SVP(7,7)=G*IZ/CL
      SVP(7,14)=-SVP(7,7)
      SVP(14,14)=SVP(7,7)
1059  DO 1060 K=2,14
      JJ=K-1
      DO 1060 L=1,JJ
1060  SVP(K,L)=SVP(L,K)
      RETURN
      END

```

```

      SUBROUTINE MRPLE4(VTM,VTG)
C ***
C      SUBROTINA PARA DEFINIR A MATRIZ DE RIGIDEZ DE PILARES
C      ESPECIAIS
C ***
      BYTE VTM(1)
      DIMENSION VTG(1)
      COMMON/D1/SVP(14,14)
      COMMON/C2/NMAT,NNOS,NGVS,NGVE,NGPS,NGPE,NGPW,NGVF
      COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
      COMMON/C6/CA,CB,CC,CL,TOL,RAIO,AFI,BA,XA,YA
      COMMON/C7/IVTB,IVTR,IFORMA,IGRUP0,IMATER
C ***
      DO 1057 K=1,14
      DO 1057 L=1,14
1057  SVP(L,K)=0.
      II=0
      LL=0
      KK=NGVE+IGRUP0-1
      IF(IGRUP0.EQ.1)GO TO 1202
      MM=NGVE+1
      DO 1203 K=MM,KK
      IF(VTM(K).EQ.1)II=II+1
1203  CONTINUE
      LL=IGRUP0-1-II
1202  JJ=JJ+8*NGPS+10*NGPW+21*II+78*LL
      KK=KK+1
      L=6
      IF(VTM(KK).EQ.2)L=12
C ***
C      DEFINIDA MATRIZ DE RIGIDEZ DIRETAMENTE
C ***
      DO 1204 II=1,L

```

```

      DO 1204 K=II,L
      JJ=JJ+1
1204  SVP(II,K)=VTG(JJ)
      IF(VTM(KK).EQ.2)GO TO 1205
C ***
C   DEFINIDA MATRIZ DE FLEXIBILIDADE
C ***
      CALL INVFLX(12)
      DO 160 K=1,6
      SVP(K,7)=SVP(5,K)*CL-SVP(1,K)
      SVP(K,8)=-SVP(4,K)*CL-SVP(2,K)
      SVP(K,9)=-SVP(3,K)
      SVP(K,10)=-SVP(4,K)
      SVP(K,11)=-SVP(5,K)
160   SVP(K,12)=-SVP(6,K)
      DO 170 K=7,12
      SVP(7,K)=SVP(5,K)*CL-SVP(1,K)
      SVP(8,K)=-SVP(4,K)*CL-SVP(2,K)
      SVP(9,K)=-SVP(3,K)
      SVP(10,K)=-SVP(4,K)
      SVP(11,K)=-SVP(5,K)
170   SVP(12,K)=-SVP(6,K)
1205  KK=15
      DO 1206 K=1,10
      KK=KK-1
      II=KK-2
      JJ=KK-2
      IF(KK.LT.12)II=KK-1
      IF(KK.LT.12)JJ=KK-1
      DO 1206 L=1,JJ
      SVP(L,KK)=SVP(L,II)
      IF(KK.EQ.11)SVP(L,KK)=0.
      IF(KK.EQ.5)SVP(L,KK-1)=0.
1206  CONTINUE
      KK=15
      DO 1207 K=4,13
      KK=KK-1
      IF(KK.EQ.11)GO TO 1207
      II=KK+1
      DO 1207 L=4,KK
      II=II-1
      JJ=II-2
      IF(II.LT.11)JJ=II-1
      SVP(II,KK)=SVP(JJ,KK)
      IF((II.EQ.4).OR.(II.EQ.11))SVP(II,KK)=0.
1207  CONTINUE
      SVP(4,4)=0.
      SVP(11,11)=0.
      DO 1060 K=2,14
      JJ=K-1
      DO 1060 L=1,JJ
1060  SVP(K,L)=SVP(L,K)
      RETURN
      END

```

```
SUBROUTINE NGRAU2(UTZ,IND,NSNO)
```

```
C ***
```

```
C SUBROTINA PARA DEFINIR OS GRAUS DE LIBERDADE DOS NOS
```

```
C ***
```

```
BYTE UTZ(1)
```

```
COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM
```

```
COMMON/C4/NVIGAS,NPILAR,NNOA,NVIGC,NNOC,NGL
```

```
COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
```

```
C ***
```

```
C NGLI = NUMERO DE GRAUS DE LIBERDADE DO NO INICIAL
```

```
C NGLF = NUMERO DE GRAUS DE LIBERDADE DO NO FINAL
```

```
C NQI = NUMERO DA PRIMEIRA EQUACAO NO NO INICIAL
```

```
C NQF = NUMERO DA PRIMEIRA EQUACAO DO NO FINAL
```

```
GO TO (1008,1009,1010),IND
```

```
1008 NNO=NOAI
```

```
NO=NOI
```

```
GO TO 1011
```

```
1009 NNO=NOAF
```

```
NO=NOF
```

```
GO TO 1011
```

```
1010 NNO=NOAF
```

```
NO=NOI
```

```
1011 KK=2*NNO-1
```

```
JJ=1
```

```
DO 1016 J=1,KK,2
```

```
IF(UTZ(J).EQ.NO)GO TO 1017
```

```
JJ=JJ+1
```

```
1016 CONTINUE
```

```
1017 NGL=3
```

```
IF((J.EQ.1).AND.(UTZ(2).EQ.1))NGL=4
```

```
IF((J.GT.1).AND.(UTZ(J+1).NE.UTZ(J-1)))NGL=4
```

```
NQ=3*JJ+UTZ(J+1)-NGL+1
```

```
IF(IND.EQ.1)NSNO=JJ
```

```
GO TO (1018,1019,1018),IND
```

```
1018 NGLI=NGL
```

```
NQI=NQ
```

```
RETURN
```

```
1019 NGLF=NGL
```

```
NQF=NQ
```

```
RETURN
```

```
END
```

```
SUBROUTINE ASSEMB(VTK,VTL,VTS,INDI)
```

```
C ***
```

```
C SUBROTINA QUE EXECUTA A MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ
```

```
C ***
```

```
INTEGER VTK(1),VTL(1)
```

```

      DIMENSION VTS(1)
      COMMON/D1/SVP(14,14)
      COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
      COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
      COMMON/C9/IVTS,NRS,NTOTAS,NTMR,NMAX,NANDAR,NCARRE
      IF(INDI.EQ.2)GO TO 1036

```

C \*\*\*

C     CONTRIBUICAO DAS VIGAS

C \*\*\*

```

      IVTS=0
      IF(NQI.GT.1)IVTS=VTK(NQI-1)
      DO 1037 K=1,NGLI
      IVTS=IVTS+NQI-1
      DO 1038 L=1,K
      IVTS=IVTS+1
1038  VTS(IVTS)=VTS(IVTS) + SVP(L,K)
1037  CONTINUE
      II=4+NGLF
      IVTS=0
      IF(NQF.GT.1)IVTS=VTK(NQF-1)
      DO 1039 K=5,II
      IVTS=IVTS+NQF-1
      DO 1040 L=5,K
      IVTS=IVTS+1
1040  VTS(IVTS)=VTS(IVTS) + SVP(L,K)
1039  CONTINUE
      JJ=NQI
      KK=NQF-1
      IF(NOF.GT.NOI)GO TO 1401
      JJ=NQF
      KK=NQI-1
1401  DO 1400 K=5,II
      IVTS=VTK(KK)+JJ-1
      KK=KK+1
      DO 1402 L=1,NGLI
      IVTS=IVTS+1
1402  VTS(IVTS)=VTS(IVTS)+SVP(L,K)
1400  CONTINUE
      RETURN

```

C \*\*\*

C     CONTRIBUICAO DOS PILARES

C \*\*\*

```

1036  IVTS=0
      IF(NQF.GT.1)IVTS=VTK(NQF-1)
      DO 1061 K=1,NGLF
      IVTS=IVTS+NQF-1
      DO 1062 L=1,K
      IVTS=IVTS+1
1062  VTS(IVTS)=VTS(IVTS) + SVP(L,K)
1061  CONTINUE
      IVTS=VTK(NEQF-3)
      KK=NEQF--NGLF--NQF-2
      DO 1063 K=5,7
      IVTS=IVTS+NQF-1
      DO 1064 L=1,NGLF

```

```

      IVTS=IVTS+1
1064  VTS(IVTS)=VTS(IVTS) + SVP(L,K)
      IVTS=IVTS+KK
      DO 1065 L=5,K
      IVTS=IVTS+1
1065  VTS(IVTS)=VTS(IVTS)+SVP(L,K)
1063  CONTINUE
      II=7+NGLI
      IVTS=VTK(NEQF)
      IF(NQI.GT.1)IVTS=IVTS+VTL(NQI-1)
      LHJ=VTL(1)
      IF(NQI.GT.1)LHJ=VTL(NQI)-VTL(NQI-1)
      DO 1066 K=8,II
      NN=NEQF-LHJ
      IVTS=IVTS+NQF-NN-1
      DO 1067 L=1,NGLF
      IVTS=IVTS+1
1067  VTS(IVTS)=VTS(IVTS) + SVP(L,K)
      IVTS=IVTS+KK
      DO 1068 L=5,7
      IVTS=IVTS+1
1068  VTS(IVTS)=VTS(IVTS) + SVP(L,K)
1066  CONTINUE
      KK=VTK(NEQF)+VTL(NEQI)
      IVTS=KK
      IF(NQI.GT.1)IVTS=IVTS+VTK(NQI-1)
      DO 1069 K=8,II
      IVTS=IVTS+NQI-1
      DO 1070 L=8,K
      IVTS=IVTS+1
1070  VTS(IVTS)=VTS(IVTS) + SVP(L,K)
1069  CONTINUE
      RETURN
      END

```

SUBROUTINE ROTRA4(MA,MB,MC,MD)

C \*\*\*

C SUBROTINA QUE TRANSFORMA A MATRIZ DE RIGIDEZ  
C DE VIGAS E PILARES PARA O SISTEMA GLOBAL

C \*\*\*

```

      COMMON/D1/SVP(14,14)
      COMMON/D2/SRT(14,11)
      COMMON/D3/RT1(7,7),RT2(7,7)
      COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
      COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI

```

C \*\*\*

```

      NN=NGLF
      IF(MA.EQ.14)NN=NGLI
      ME=MD+NN-1
      DO 1030 K=1,MA
      IF(K.GT.MC)GO TO 1123

```

```

      DO 1031 L=1,MB
      SRT(K,L)=0.
      DO 1031 M=1,MC
1031   SRT(K,L)=SRT(K,L) + SVP(K,M)*RT1(M,L)
1123   DO 1032 L=MD,ME
      SRT(K,L)=0.
      LL=L-MB
      DO 1032 M=MD,MA
      MM=M-MB
1032   SRT(K,L)=SRT(K,L) + SVP(K,M)*RT2(MM,LL)
1030   CONTINUE
      DO 1033 L=1,ME
      NN=L
      IF(L.GT.MB)NN=MB
      DO 1034 K=1,NN
      SVP(K,L)=0.
      DO 1034 M=1,MC
1034   SVP(K,L)=SVP(K,L) + SRT(M,L)*RT1(M,K)
      IF(L.LE.MB)GO TO 1033
      DO 1035 K=MD,L
      SVP(K,L)=0.
      LL=K-MB
      DO 1035 M=MD,MA
      MM=M-MB
1035   SVP(K,L)=SVP(K,L) + SRT(M,L)*RT2(MM,LL)
1033   CONTINUE
      RETURN
      END

```

SUBROUTINE TRIAN4(VTK,VTL,VTS,INDT)

```

C ***
C   SUBROTINA PARA TRIANGULARIZACAO DO SISTEMA DE EQUACOES
C ***
      INTEGER VTK(1),VTL(1)
      DIMENSION VTS(1)
      COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
      COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
      COMMON/C9/IVTS,NRS,NTOTAS,NTMR,NMAX,NANDAR,NCARRE
C ***
C   PRIMEIRA SUBMATRIZ
C ***
      IVTS=1
      VTS(1)=SQRT(VTS(1))
      DO 1075 J=2,NEQF
      IVTS=IVTS+1
      VTS(IVTS)=VTS(IVTS)/VTS(1)
      DO 1076 I=2,J
      IVTS=IVTS+1
      IVTSI=VTK(I)-I
      IVTSJ=VTK(J)-J
      NN=I-1

```



```

      DO 1077 K=1,NN
      IVTSI=IVTSI+1
      IVTSJ=IVTSJ+1
1077  VTS(IVTS)=VTS(IVTS)-VTS(IVTSI)*VTS(IVTSJ)
      IF(I.EQ.J)GO TO 1078
      II=VTK(I)
      VTS(IVTS)=VTS(IVTS)/VTS(II)
      GO TO 1076
1078  VTS(IVTS)=SQRT(VTS(IVTS))
1076  CONTINUE
1075  CONTINUE
      IF(INDT.EQ.2)RETURN
C ***
C   SEGUNDA SUBMATRIZ
C ***
      DO 1079 J=1,NEQI
      LHJ=VTL(1)
      IF(J.GT.1)LHJ=VTL(J)-VTL(J-1)
      IF(LHJ.EQ.0)GO TO 1079
      IVTS=IVTS+1
      ILJ=NEQF-LHJ+1
      II=VTK(ILJ)
      VTS(IVTS)=VTS(IVTS)/VTS(II)
      JJ=ILJ+1
      KK=VTK(NEQF)+VTL(J)-LHJ
      DO 1082 I=JJ,NEQF
      IVTS=IVTS+1
      IVTSI=VTK(I)-I+ILJ-1
      IVTSJ=KK
      NN=I-1
      DO 1083 K=ILJ,NN
      IVTSI=IVTSI+1
      IVTSJ=IVTSJ+1
1083  VTS(IVTS)=VTS(IVTS)-VTS(IVTSI)*VTS(IVTSJ)
      MM=VTK(I)
      VTS(IVTS)=VTS(IVTS)/VTS(MM)
1082  CONTINUE
1079  CONTINUE
C ***
C   TERCEIRA SUBMATRIZ
C ***
      DO 1084 J=1,NEQI
      LHJ=VTL(1)
      IF(J.GT.1)LHJ=VTL(J)-VTL(J-1)
      IF(LHJ.EQ.0)IVTS=IVTS+J
      IF(LHJ.EQ.0)GO TO 1084
      ILJ=NEQF-LHJ+1
      DO 1087 I=1,J
      IVTS=IVTS+1
      LHI=VTL(1)
      IF(I.GT.1)LHI=VTL(I)-VTL(I-1)
      IF(LHI.EQ.0)GO TO 1087
      ILI=NEQF-LHI+1
      IL=ILI
      IF(ILJ.GT.ILI)IL=ILJ

```

```

      IVTSI=UTK(NEQF)+VTL(I)-NEQF+IL-1
      IVTSJ=UTK(NEQF)+VTL(J)-NEQF+IL-1
      DO 1090 K=IL,NEQF
      IVTSI=IVTSI+1
      IVTSJ=IVTSJ+1
1090   VTS(IVTS)=VTS(IVTS)-VTS(IVTSI)*VTS(IVTSJ)
1087   CONTINUE
1084   CONTINUE
      RETURN
      END

```

```

      SUBROUTINE GRAVA4(UTM,VTG,VTB,VTR,UTA,UTK,UTL,VTS,UTD,IGC)
C ***
C   SUBROTINA PARA LER E GRAVAR INFORMACOES NO DISQUETE
C ***
      BYTE VTB(1),UTA(1),UTM(1)
      INTEGER UTK(1),UTL(1),UTD(1)
      DIMENSION VTS(1),VTG(1),VTR(1)
      COMMON/C1/LE,IMP
      COMMON/C2/NMAT,NNOS,NGVS,NGVE,NGPS,NGPE,NGPW,NGVF
      COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
      COMMON/C4/NVIGAS,NPILAR,NNOA,NVIGC,NNOC,NGL
      COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
      COMMON/C9/IVTS,NRS,NTOTAS,NTMR,NMAX,NANDAR,NCARRE
C ***
      GO TO (765,766,767,768),IGC
C ***
C   LER INFORMACOES DE SATEM1
C ***
765   CALL OPEN(1,'ARQUIVO1DAT',2)
      READ(1)LE,IMP,NANDAR,NCARRE,NMAT,NNOS,NGVS,NGVE,NGPS,
1NGPE,NGPW,NGVF,JJ,II,(UTM(K),K=1,JJ),(VTG(K),K=1,II)
      ENDFILE 1
      RETURN
C ***
C   LER INFORMACOES DE SATEM2 - GEOMETRIA DO ANDAR
C ***
766   IF(N.EQ.1)NRR=1
      CALL OPEN(9,'ARQUIVO2DAT',2)
      READ(9,REC=NRR)II,II,II,II,NVIGAS,NPILAR,NOAF,II,LL,
1MM,MM,JJ,JT,(VTB(K),K=1,JJ),(VTR(K),K=1,II),(VTR(K),K=1,JT)
      NRR=LL+1
      READ(9,REC=NRR)II,II,II,II,II,II,II,NOAI,II,II,II,II,
1KK,KK,(UTA(K),K=1,II)
      ENDFILE 9
      RETURN
767   CALL OPEN(9,'ARQUIVO2DAT',2)
      READ(9,REC=NRR)II,II,II,II,II,II,II,NOAI,II,II,II,II,
1JJ,KK,(VTB(K),K=1,JJ),VTR(1),(VTR(K),K=1,KK)
      ENDFILE 9
      RETURN

```

```

C ***
C      GRAVAR MATRIZ DE RIGIDEZ DO ANDAR TRIANGULARIZADA
C ***
768   NBYTES=6+2*NEQI+4*NTMR
      REGI=NBYTES/128.
      NREG=REGI
      IF(REGI-NREG)1091,1091,1092
1091   NREG=1
      GO TO 1093
1092   NREG=NREG+1
1093   NTOTAS=NTOTAS+NREG
      VTD(N)=NRS
      CALL OPEN(4,'ARQUIVO4DAT',2)
      WRITE(4,REC=NRS)NEQF,NEQI,NTMR,(VTL(K),K=1,NEQI),
1(VTS(K),K=1,NTMR)
      ENDFILE 4
      NRS=NTOTAS+1
      IF(N.LE.NANDAR)RETURN
      CALL OPEN(8,'ARQUIVO8DAT',2)
      WRITE(8,REC=1)N,(VTD(K),K=1,N)
      ENDFILE 8
      RETURN
      END

```

```

      SUBROUTINE APOIO4(VTB,VTK,VTL,VTR,VTS)

```

```

C ***
C      SUBROTINA PARA ENTRAR COM AS CONDICÕES DE CONTORNO
C      NA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL
C ***
      BYTE VTB(1)
      INTEGER VTK(1),VTL(1)
      DIMENSION VTR(1),VTS(1)
      COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
      COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
      COMMON/C7/IVTB,IVTR,IFORMA,IGRUPO,IMATER
C ***
      IVTB=2*NOAI+1
      IVTR=1
      II=0
      KK=VTK(NEQF)+VTL(NEQI)
      JJ=2*NOAI-1
      MM=1
      DO 1072 J=1,JJ,2
      NGLI=3
      IF((J.EQ.1).AND.(VTB(2).EQ.1))NGLI=4
      IF((J.GT.1).AND.(VTB(J+1).NE.VTB(J-1)))NGLI=4
      NQI=3*MM+VTB(J+1)-NGLI+1
      DO 1074 K=1,NGLI
      II=NQI+K-1
      IVTS=KK+VTK(II)
      IF(VTB(J).EQ.VTB(IVTB))GO TO 1073

```

```

C ***
C      1.0E20 CONSIDERADO APOIO RIGIDO
C ***
      VTS(IVTS)=1.0E20
      GO TO 1074
C ***
C      APOIOS ELASTICOS
C ***
1073   VTS(IVTS)=VTS(IVTS)+VTR(IVTR)
      IVTR=IVTR+1
      II=1
1074   CONTINUE
      MM=MM+1
      IF(II.EQ.1)IVTB=IVTB+1
      II=0
1072   CONTINUE
      RETURN
      END

      SUBROUTINE INVFLX(NE)
C ***
C      SUBROTINA PARA INVERTER MATRIZ DE FLEXIBILIDADE DE
C      VIGAS E/OU PILARES
C ***
      COMMON/D1/SVP(14,14)
      COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
      COMMON/C6/CA,CB,CC,CL,TOL,RAIO,AFI,BA,XA,YA
C ***
C      NE=6  VIGAS
C      NE=12 PILARES
C ***
      II=4
      IF(NE.EQ.12)II=1
      DO 50 JJ=II,6
      CA=SVP(JJ,JJ)
      SVP(JJ,JJ)=1.
      IF(JJ.EQ.6)GO TO 30
      KK=JJ+1
      DO 20 LL=KK,6
      SVP(LL,JJ)=0.
      DO 10 MM=II,6
10     SVP(LL,MM)=SVP(LL,MM)-SVP(JJ,MM)/CA*SVP(JJ,LL)
20     CONTINUE
      DO 40 MM=II,6
40     SVP(JJ,MM)=SVP(JJ,MM)/CA
50     CONTINUE
      JJ=7
      DO 80 LL=II,5
      JJ=JJ-1
      KK=JJ
      DO 70 MM=LL,5

```

```
      KK=KK-1  
      DO 60 NN=II, KK  
60    SVP(KK, NN)=SVP(KK, NN)-SVP(JJ, NN)*SVP(KK, JJ)  
      SVP(KK, JJ)=SVP(JJ, KK)  
70    CONTINUE  
80    CONTINUE  
      RETURN  
      END
```

D.2 - SATEM 5

```

      PROGRAM SATEM5
C ***
C   PROGRAMA PARA CALCULAR VETORES DE CARGA, MODIFICA-LOS
C       E CALCULAR OS DESLOCAMENTOS
C ***
      BYTE VTB(200),VTO(100),VTM(10),ARQUI(11),NUMERO(9)
      INTEGER VTJ(50),VTD(50),VTF(50)
      DIMENSION VTG(75),VTR(4300),VTC(100),VTT(300),NRC(9),
1CH(3,9),AML(6),ALE(14),UPP(60)
      COMMON/D1/SVP(14,14)
      COMMON/D3/RT1(3,4),RT2(3,4)
      COMMON/C1/LE,IMP
      COMMON/C2/NMAT,NNOS,NGVS,NGVE,NGPS,NGPE,NGPW,NGVF
      COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
      COMMON/C4/NVIGAS,NPILAR,NNOA,NVIGC,NNOC,NGL
      COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
      COMMON/C6/CA,CB,CC,CL,TOL,RAIO,AFI,BA,XA,YA
      COMMON/C7/IVTB,IVTR,IFORMA,IGRUPO,IMATER
      COMMON/C8/SENA,COSA
      COMMON/C9/IVTO,IVTC,IPPR,NC,MMM
      COMMON/C10/IVTT,IVTTI,IVTSI,ILJ,LHJ
      COMMON/C11/NRT,NTOTAT,NTVC1,NTVC2,NTMR,NEQ,NANDAR,NCARRE,
1      NANDUM
      COMMON/C12/ARQUI,NUMERO
      DATA ARQUI/'A','R','Q','U','I',' ',' ','3','D','A','T'/
      DATA NUMERO/'1','2','3','4','5','6','7','8','9'/
C ***
      NRR=1
      NRT=1
      NTOTAT=0
      NDIMP=300
      NTVC1=0
      NDIMP=60
      DO 299 I=1,NDIMP
299  UPP(I)=0.
C ***
C   LER INFORMACOES DE SATEM1
C ***
      CALL GRAVA5(VTB(1),VTO(1),VTM(1),VTJ(1),VTG(1),VTR(1),
1VTC(1),VTT(1),VTD(1),VTF(1),NRC(1),1)
C ***
      DO 270 I=1,NCARRE
      NRC(I)=1
      DO 270 K=1,3
270  CH(K,I)=0.
      NANDUM=NANDAR+1
C ***
      DO 200 N=1,NANDUM
C ***
C   LER INFORMACOES DE SATEM2 - GEOMETRIA DO ANDAR
C ***
      CALL GRAVA5(VTB(1),VTO(1),VTM(1),VTJ(1),VTG(1),VTR(1),
1VTC(1),VTT(1),VTD(1),VTF(1),NRC(1),2)
      II=2*NNOA
      JJ=3

```

```

      IF(N.EQ.NANDUM)JJ=0
      NEQ=3*NNOA+VTB(II)+JJ
      NTVC2=NEQ*NCARRE
      II=NTVC1+NTVC2
C ***
      IF(II.LE.NDIMT)GO TO 125
      WRITE(IMP,126)
126  FORMAT(2X,'ERRO DE DIMENSIONAMENTO DO VETOR VTT')
      STOP
C ***
125  JJ=NTVC1+1
      DO 203 K=JJ,II
203  VTT(K)=0.
      DO 201 I=1,NCARRE
      ARQUI(7)=NUMERO(I)
C ***
C  LER INFORMACOES DE SATEM3 - DADOS DE CARGA
C ***
      CALL GRAVAS(VTB(1),VTO(1),VTM(1),VTJ(1),VTG(1),VTR(1),
1VTC(1),VTT(1),VTD(1),VTF(1),NRC(1),3)
      IF(N.EQ.NANDUM)GO TO 259
      II=NTVC1+NEQ*I-3
C ***
C  CONTRIBUICAO CARGAS HORIZONTAIS
C ***
      DO 230 K=1,3
      CH(K,I)=CH(K,I)+VTC(K)
      II=II+1
      VTT(II)=CH(K,I)
230  CONTINUE
C ***
C  CONTRIBUICAO DAS CARGAS NODAIS
C ***
      IVTC=4
      IF(NNOC.EQ.0)GO TO 206
      DO 204 K=1,NNOC
      NOF=VTO(K)
      CALL NGRAUS(VTB(1),2)
      II=NTVC1+NEQ*(I-1)+NOF-1
      DO 205 L=1,NGLF
      II=II+1
      VTT(II)=VTT(II)+VTC(IVTC)
205  IVTC=IVTC+1
204  CONTINUE
C ***
C  CONTRIBUICAO DE CARGAS SOBRE VIGAS
C ***
206  IVTB=2*NNOA+1
      IVTR=5
      IF(NVIGAS.GT.0)CALL VIGAS5(VTB(1),VTO(1),VTJ(1),VTG(1),
1VTR(1),VTC(1),VTT(1),AML(1),ALE(1))
C ***
259  IF((IPPR.EQ.1).OR.(I.EQ.NCARRE))CALL PILAR5(VTB(1),VTG(1)
1,VTR(1),VTT(1),AML(1),ALE(1),VPP(1))
C ***

```



```

C      INTRODUIZ CONDICÖES DE CONTORNO
C ***
      IF(N.EQ.NANDUM)CALL APOIO5(UTB(1),UTO(1),UTC(1),UTT(1))
201    CONTINUE
      IF(N.EQ.1)GO TO 257
      LL=N-1
C ***
C      LER MATRIZ DE RIGIDEZ TRIANGULARIZADA DO ANDAR
C ***
      CALL GRAVA5(UTB(1),UTO(1),UTH(1),UTJ(1),UTG(1),UTR(1),
1UTC(1),UTT(1),UTD(1),UTF(1),NRC(1),4)
C ***
C      PRIMEIRA FASE DE TRIANGULARIZACAO DOS VETORES DE CARGA
C ***
      CALL TRIAN5(UTJ(1),UTR(1),UTT(1),1)
C ***
C      GRAVAR NO DISQUETE OS VETORES TRIANGULARIZADOS
C ***
      CALL GRAVA5(UTB(1),UTO(1),UTH(1),UTJ(1),UTG(1),UTR(1),
1UTC(1),UTT(1),UTD(1),UTF(1),NRC(1),7)
      II=NTVC1
      DO 260 K=1,NTVC2
      II=II+1
260    UTT(K)=UTT(II)
257    NTVC1=NTVC2
200    CONTINUE
      LL=N
      CALL GRAVA5(UTB(1),UTO(1),UTH(1),UTJ(1),UTG(1),UTR(1),
1UTC(1),UTT(1),UTD(1),UTF(1),NRC(1),4)
      CALL TRIAN5(UTJ(1),UTR(1),UTT(1),2)
      DO 285 I=1,NCARRE
      DO 285 K=1,3
285    CH(K,I)=0
      MMM=NANDUM
      WRITE(2,2954)
2954  FORMAT(/////,2X,'CARREGAMENTOS ANALISADOS',/,2X,24('*'))
      CALL OPEN(7,'ARQUIVO7DAT',2)
      DO 2952 I=1,NCARRE
      READ(7,REC=1)(UTG(K),K=1,15)
      WRITE(2,2953)I,(UTG(K),K=1,15)
2953  FORMAT(/,5X,'CARREGAMENTO',I2,/,5X,15A4)
2952  CONTINUE
      ENDFILE 7
C ***
C      INICIO DO PROCESSO DE RETROSUBSTITUICAO
C ***
      DO 268 N=1,NANDUM
      IF(N.GT.1)GO TO 269
C ***
C      CALCULA DESLOCAMENTOS DA BASE
C ***
      CALL DESLOC(UTJ(1),UTR(1),UTT(1),2)
      GO TO 271
269    MMM=MMM-1
      LL=MMM

```

```

C ***
C      LER MATRIZ DE RIGIDEZ TRIANGULARIZADA DO ANDAR
C ***
      CALL GRAVA5(UTB(1),UTO(1),UTM(1),UTJ(1),UTG(1),VTR(1),
1UTC(1),VTT(1),UTD(1),UTF(1),NRC(1),4)
      NTVC1=NEQF*NCARRE
      II=NTVC1+NTVC2+1
      JJ=NTVC2+1
      DO 272 K=1,NTVC2
      II=II-1
      JJ=JJ-1
272   VTT(II)=VTT(JJ)
C ***
C      LER NO DISQUETE VETORES DE CARGA TRIANGULARIZADOS ANTES
C ***
      CALL GRAVA5(UTB(1),UTO(1),UTM(1),UTJ(1),UTG(1),VTR(1),
1UTC(1),VTT(1),UTD(1),UTF(1),NRC(1),5)
C ***
C      CALCULAR DESLOCAMENTOS DE ANDAR E INDEPENDENTES DE NO
C ***
      CALL DESLOC(UTJ(1),VTR(1),VTT(1),1)
C ***
C      SOMAR DESLOCAMENTOS RELATIVOS PARA OBTER ABSOLUTOS
C ***
      DO 286 I=1,NCARRE
      JJ=NEQF*I-3
      DO 287 K=1,3
      JJ=JJ+1
      CH(K,I)=CH(K,I)+VTT(JJ)
287   VTT(JJ)=CH(K,I)
286   CONTINUE
      JJ=3
      IF(N.EQ.2)JJ=0
      NEQI=NEQI+JJ
      NN=MM+1
      LL=NTVC1+1
      KK=NTVC1+NTVC2
C ***
C      GRAVAR DESLOCAMENTOS
C ***
      CALL GRAVA5(UTB(1),UTO(1),UTM(1),UTJ(1),UTG(1),VTR(1),
1UTC(1),VTT(1),UTD(1),UTF(1),NRC(1),6)
271   NTVC2=NTVC1
      IF(N.EQ.1)WRITE(2,2966)
2966  FORMAT(///,2X,'DESLOCAMENTOS DOS APOIOS',/,2X,24(' '))
      IF(N.EQ.2)WRITE(2,3452)
3452  FORMAT(///,2X,'DESLOCAMENTOS DOS ANDARES E NOS',/,2X,
131(' '))
      IAND=NANDUM-N+1
      IF(N.GT.1)WRITE(2,3453)IAND
3453  FORMAT(///,5X,'ANDAR',I2)
      DO 2957 I=1,NCARRE
      LL=NEQF
      IF(N.EQ.1)GO TO 2970
      WRITE(2,2958)I

```

```

2958  FORMAT(//,8X,'CARREGAMENTO',I2)
      WRITE(2,3454)
3454  FORMAT(//,11X,'DESLOCAMENTOS DO ANDAR',//,
111X,'DESLOC X',4X,'DESLOC Y',4X,'ROTACAO Z',/)
      JJ=I*LL-2
      WRITE(2,2959)UTT(JJ),UTT(JJ+1),UTT(JJ+2)
2959  FORMAT(10X,3(2X,E10.4))
      WRITE(2,2960)
2960  FORMAT(//,11X,'DESLOCAMENTOS DOS NOS',//,11X,'NO',6X,
1'ROTACAO X',3X,'ROTACAO Y',3X,'DESLOC Z',3X,'EMPENAMENTO'
2,/)
2970  IF(N.EQ.1)WRITE(2,2968)I
2968  FORMAT(///,8X,'CARREGAMENTO',I3,///,11X,'NO',6X,'ROTACAO X'
1,3X,'ROTACAO Y',3X,'DESLOC Z',3X,'EMPENAMENTO',/)
      II=2*NNOA-1
      K=(I-1)*LL+1
      DO 2961 L=1,II,2
      NGL=3
      IF((L.EQ.1).AND.(UTB(2).EQ.1))NGL=4
      IF((L.GT.1).AND.(UTB(L+1).NE.UTB(L-1)))NGL=4
      IF(NGL.EQ.3)WRITE(2,2963)UTB(L),UTT(K),UTT(K+1),UTT(K+2)
2963  FORMAT(10X,I3,3X,3(2X,E10.4))
      IF(NGL.EQ.3)K=K+3
      IF(NGL.EQ.4)WRITE(2,2964)UTB(L),UTT(K),UTT(K+1),UTT(K+2),
1UTT(K+3)
2964  FORMAT(10X,I3,3X,4(2X,E10.4))
      IF(NGL.EQ.4)K=K+4
2961  CONTINUE
2957  CONTINUE
268   CONTINUE
      WRITE(2,2981)
2981  FORMAT(//)
C ***
C     GRAVAR DESLOCAMENTOS PRIMEIRO ANDAR
C ***
      LL=1
      KK=NTVC1
      NEQI=NEQF
      NN=1
      CALL GRAVAS(UTB(1),UTO(1),UTM(1),UTJ(1),UTG(1),VTR(1),
1UTC(1),UTT(1),UTD(1),UTF(1),NRC(1),6)
      WRITE(IMP,1251)
1251  FORMAT(2X,'* FINAL DE SATEM5 *')
      END

      SUBROUTINE VIGASS(UTB,UTO,UTJ,UTG,VTR,UTC,UTT,AML,ALE)
C ***
C     SUBROTINA PARA COLETAR DADOS SOBRE AS VIGAS - GEOMETRIA E
C     CARGA
C ***
      BYTE UTB(1),UTO(1)

```

```

INTEGER VTJ(1)
DIMENSION VTG(1),VTR(1),VTC(1),VTT(1)
DIMENSION AML(1),ALE(1)
COMMON/C2/NMAT,NNOS,NGVS,NGVE,NGPS,NGPE,NGPW,NGVF
COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
COMMON/C4/NVIGAS,NPILAR,NNOA,NVIGC,NNOC,NGL
COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
COMMON/C7/IVTB,IVTR,IFORMA,IGRUPO,IMATER
COMMON/C9/IVTO,IVTC,IPPR,NC
COMMON/C10/IVTT,IVTTI,IVTSI,ILJ,LHJ
COMMON/C11/NRT,NTOTAT,NTVC1,NTVC2,NTMR,NEQ,NANDAR,NCARRE,
1          NANDUM

```

C \*\*\*

```

DO 208 LJ=1,NVIGAS
IF(NVIGC.EQ.0)GO TO 231
IVTO=NNOC+1
DO 209 K=1,NVIGC
IF(LJ.EQ.VTO(IVTO))GO TO 210
NC=VTO(IVTO+1)
IVTO=IVTO+NC+2
209 CONTINUE
231 NC=0
IF(IPPR.EQ.1)GO TO 211
IVTR=IVTR+10
IF(VTB(IVTB).EQ.2)IVTR=IVTR+1
IF(VTB(IVTB).EQ.3)IVTR=IVTR+5
IVTB=IVTB+5
GO TO 208
210 IVTO=IVTO+1
NC=VTO(IVTO)
J=NNOC+K
IVTC=VTJ(J)
211 IFORMA=VTB(IVTB)
IGRUPO=VTB(IVTB+1)
IMATER=VTB(IVTB+2)
NOI=VTB(IVTB+3)
NOF=VTB(IVTB+4)
DO 212 J=1,6
212 AML(J)=0.

```

C \*\*\*

C DEFINE GRAUS DE LIBERDADE

C \*\*\*

```

CALL NGRAUS(VTB(1),1)
CALL NGRAUS(VTB(1),2)
II=3*NMAT+2*NOI-1
JJ=3*NMAT+2*NOF-1

```

C \*\*\*

C MATRIZ ROTACAO-TRANSFORMACAO

C \*\*\*

```

CALL MRTVGT(VTG(II),VTG(II+1),VTG(JJ),VTG(JJ+1),
1VTR(IVTR),VTR(IVTR+1),VTR(IVTR+2),VTR(IVTR+3),VTR(IVTR+4)
2,VTR(IVTR+5),VTR(IVTR+6),VTR(IVTR+7),VTR(IVTR+8),
3VTR(IVTR+9))
IVTR=IVTR+10
II=3*IMATER-2

```

```

JJ=3*NMAT+2*NNOS+4*IGRUP0-3
GO TO (213,214,215,216),IFORMA

```

```

C ***
C   ESF. ENG. PERFEITO DE VIGAS EIXO RETO SECAO CONSTANTE
C ***
213  CALL EEPVS5(VTG(II),VTG(II+1),VTG(II+2),VTG(JJ),VTG(JJ+1)
      1,VTG(JJ+2),VTG(JJ+3),VTO(1),VTC(1),AML(1),ALE(1))
      GO TO 225
C ***
C   ESF. ENG. PERFEITO VIGAS EIXOS CIRCULAR SECAO CONSTANTE
C ***
214  CALL EEPVC5(VTG(II),VTG(II+1),VTG(II+2),VTG(JJ),VTG(JJ+1)
      1,VTG(JJ+2),VTR(IVTR),VTO(1),VTC(1),AML(1),ALE(1),1)
      IVTR=IVTR+1
      GO TO 225
C ***
C   ESF. ENG. PERFEITO DE VIGAS COM MISULAS RETAS VERTICAIS
C ***
215  CALL EEPVM5(VTG(II),VTG(II+1),VTG(II+2),VTG(JJ),VTG(JJ+1)
      1,VTG(JJ+2),VTR(IVTR),VTR(IVTR+1),VTR(IVTR+2),VTR(IVTR+3),
      2,VTR(IVTR+4),VTO(1),VTC(1),AML(1),ALE(1))
      IVTR=IVTR+5
      GO TO 225
C ***
C   ESF. ENG. PERFEITO DE VIGAS ESPECIAIS
C ***
216  IF(NC.EQ.0)GO TO 218
      IVTC=IVTC-1
      DO 217 II=1,6
      JJ=IVTC+II
217  AML(II)=VTC(JJ)
C ***
C   TRANSFORMA PARA EIXOS GLOBAIS
C ***
225  CALL ROTR5(VTT(1),AML(1),ALE(1))
218  IVTB=IVTB+5
208  CONTINUE
      RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE PILARS(VTB,VTG,VTR,VTT,AML,ALE,VPP)

```

```

C ***
C   SUBROTINA PARA CALCULAR ESFORCOS ENGASTAMENTO PERFEITO DE
C   PILARES VERTICAIS QUANDO CONSIDERACAO AUTOMATICA PESO
C   PROPRIO
C ***
      BYTE VTB(1)
      DIMENSION VTG(1),VTR(1),VTT(1),VPP(1)
      DIMENSION AML(1),ALE(1)
      COMMON/C1/LE,IMP

```

```

COMMON/C2/NMAT,NNOS,NGUS,NGVE,NGPS,NGPE,NGPW,NGVF
COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
COMMON/C4/NVIGAS,NPILAR,NNOA,NVIGC,NNOC,NGL
COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
COMMON/C6/CA,CB,CC,CL,TOL,RAIO,AFI,BA,XA,YA
COMMON/C7/IVTB,IVTR,IFORMA,IGRUPO,IMATER
COMMON/C9/IVTC,IVTO,IPPR,NC
COMMON/C11/NRT,NTOTAT,NTVC1,NTVC2,NTMR,NEQ,NANDAR,NCARRE,
1      NANDUM

```

```

C ***
IF((IPPR.EQ.0).AND.(N.EQ.NANDUM))RETURN
IF(IPPR.EQ.0)GO TO 560
LL=2*NNOA-1
JJ=0
DO 561 L=1,LL,2
JJ=JJ+1
NGL=3
IF((L.EQ.1).AND.(VTB(2).EQ.1))NGL=4
IF((L.GT.1).AND.(VTB(L+1).NE.VTB(L-1)))NGL=4
NQI=3*JJ+VTB(L+1)-NGL+1
KK=NTVC1+NEQ*(I-1)+NQI-1
INC=3*VTB(L)-3
DO 562 J=1,3
KK=KK+1
INC=INC+1
VTT(KK)=VTT(KK)+VPP(INC)
562 CONTINUE
561 CONTINUE
560 CL=VTR(1)
DO 237 L=1,NPILAR
IFORMA=VTB(IVTB)
IGRUPO=VTB(IVTB+1)
IMATER=VTB(IVTB+2)
NOI=VTB(IVTB+3)
NOF=VTB(IVTB+4)
IF(NOI.NE.NOF)GO TO 238
IF(I.LT.NCARRE)GO TO 207
II=3*NMAT+2*NOI-1

```

```

C ***
C      ATUALIZA COORDENADAS
C ***
VTG(II)=VTG(II)+VTR(IVTR)
VTG(II+1)=VTG(II+1)+VTR(IVTR+1)

```

```

C ***
IF(IPPR.EQ.0)GO TO 239
IF(IFORMA.EQ.3)GO TO 239
207 CALL NGRAUS(VTB(1),2)
II=3*IMATER
JJ=3*NMAT+2*NNOS+4*NGUS+6*NGVF+21*(NGVE-NGVF)
IF(IFORMA.EQ.1)JJ=JJ+8*IGRUPO-2
IF(IFORMA.EQ.2)JJ=JJ+8*NGPS+9*IGRUPO-2
PP=-VTG(II)*VTG(JJ)*CL/2.
GAMA=VTR(IVTR+2)*3.141593/180.
CA=COS(GAMA)
CB=SIN(GAMA)

```

```

CC=VTG(JJ+2)*CA+VTG(JJ+1)*CB
BA=VTG(JJ+2)*CB-VTG(JJ+1)*CA
AML(1)=CC*PP
AML(2)=BA*PP
AML(3)=PP
AML(4)=(CC+VTR(IVTR+1))*PP
AML(5)=(BA-VTR(IVTR))*PP
AML(6)=PP
VPP(3*NOI-2)=AML(4)
VPP(3*NOI-1)=AML(5)
VPP(3*NOI)=AML(6)
LL=NTVC1+NEQ*(I-1)+NQF-1
DO 240 J=1,3
LL=LL+1
240 VTT(LL)=VTT(LL)+AML(J)
239 IVTR=IVTR+3
GO TO 241
238 IVTR=IVTR+5
241 IVTB=IVTB+5
237 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE MRTVGT(XJ,YJ,XK,YK,XI,YI,WI,DWIX,DWIY,
IXF,YF,WF,DWFX,DWFI)

```

```

C ***
C SUBROTINA PARA CALCULAR MATRIZ ROTACAO-TRANSFORMACAO
C DAS VIGAS
C ***
COMMON/D3/RT1(3,4),RT2(3,4)
COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
COMMON/C6/CA,CB,CC,CL,TOL,RAIO,AFI,BA,XA,YA
COMMON/CB/SENA,COSA
C ***
CA=(XK-XJ)**2 + (YK-YJ)**2
CB=SQRT(CA-(YF-YI)**2)
CL=CB-XF-XI
SENA=((YK-YJ)*CB - (YF-YI)*(XK-XJ))/CA
COSA=((XK-XJ)*CB + (YF-YI)*(YK-YJ))/CA
RT1(1,1)=COSA
RT1(1,2)=SENA
RT1(1,3)=0.
RT1(1,4)=DWIY
RT1(2,1)=-SENA
RT1(2,2)=COSA
RT1(2,3)=0.
RT1(2,4)=DWIX
RT1(3,1)=-YI*COSA+XI*SENA
RT1(3,2)=-YI*SENA-XI*COSA
RT1(3,3)=1.
RT1(3,4)=-WI

```

```

RT2(1,1)=COSA
RT2(1,2)=SENA
RT2(1,3)=0.
RT2(1,4)=DWFY
RT2(2,1)=-SENA
RT2(2,2)=COSA
RT2(2,3)=0.
RT2(2,4)=DWFX
RT2(3,1)=-YF*COSA-XF*SENA
RT2(3,2)=-YF*SENA+XF*COSA
RT2(3,3)=1.
RT2(3,4)=-WF
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE EEPVSS(E,G,RO,IX,IY,AX,FC,UTO,UTC,AML,ALE)

```

```

C ***

```

```

C SUBROTINA PARA CALCULAR ESF. ENG. PERFEITO DE VIGAS
C DE EIXO RETO E SECAO CONSTANTE

```

```

C ***

```

```

REAL IX,IY
BYTE UTO(1)
DIMENSION UTC(1)
DIMENSION AML(1),ALE(1)
COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
COMMON/C6/CA,CB,CC,CL,TOL,RAIO,AFI,BA,XA,YA
COMMON/C9/IVTO,IVTC,IPPR,NC

```

```

C ***

```

```

TOL=0.001
FI=1.
IF(FC.GT.TOL)FI=1.+12.*E*IY/(G*AX*FC*CL*CL)
IF(NC.EQ.0)GO TO 216
DO 217 J=1,NC
IVTO=IVTO+1
ITIPO=UTO(IVTO)
P=UTC(IVTC)
CA=UTC(IVTC+1)
GO TO (218,132,219,220,221,222),ITIPO

```

```

C ***

```

```

C CARGA CONCENTRADA

```

```

C ***

```

```

218 CB=CL-CA
CX=1.+CA*(CB-CA)/(FI*CL*CL)
ALE(1)=0.
ALE(3)=P*CB*CX/CL
ALE(2)=(P*CB*CB/CL-ALE(3)*CL)/2.
ALE(4)=0.
ALE(5)=P*CB-ALE(2)-ALE(3)*CL
ALE(6)=P-ALE(3)
IVTC=IVTC+2
GO TO 223

```



```

C ***
C   CARGA DISTRIBUIDA TOTAL
C ***
132  ALE(1)=0.
      ALE(2)=-P*CL*CL/12.
      ALE(3)=P*CL/2.
      ALE(4)=0.
      ALE(5)=-ALE(2)
      ALE(6)=ALE(3)
      IVTC=IVTC+1
      GO TO 223

C ***
C   CARGA DISTRIBUIDA PARCIAL
C ***
219  CB=VTC(IVTC+2)
      CC=(CB-CA)/2.
      CA=CA+CC
      CB=CL-CA
      CX=(CC*CC-CA*CB)*(CA-CB)/(CL*CL*FI)
      ALE(1)=0.
      ALE(3)=2.*P*CC*(CB+CX)/CL
      CX=CC*CC/3.+CB*CB
      ALE(2)=P*CC*CX/CL-ALE(3)*CL/2.
      ALE(4)=0.
      ALE(6)=2.*P*CC-ALE(3)
      ALE(5)=ALE(6)*CB-ALE(3)*CA-ALE(2)
      IVTC=IVTC+3
      GO TO 223

C ***
C   CARGA TRAPEZOIDAL
C ***
220  QD=VTC(IVTC+2)
      CB=VTC(IVTC+3)
      CC=(CB-CA)/3.
      CA=CA+2.*CC
      CB=CL-CA
      QA=QD-P
      Q=QA
      IF(Q.GT.0)GO TO 250
      Q=-Q
      CA=CB+CC
      CB=CL-CA
250  CX=((3.*CC*CC-2.*CA*CB)*(CA-CB)-0.8*CC*CC*CC)/(2.*FI*CL*C
1L)
      ALE(1)=0.
      ALE(3)=1.5*Q*CC*(CB+CX)/CL
      CX=CC*CC+2.*CB*CB
      ALE(2)=0.375*Q*CC*CX/CL-ALE(3)*CL/2.
      ALE(4)=0.
      ALE(6)=1.5*Q*CC-ALE(3)
      ALE(5)=ALE(6)*CB-ALE(3)*CA-ALE(2)
      IF(QA.GT.0)GO TO 251
      ALE(1)=ALE(3)
      ALE(3)=ALE(6)
      ALE(6)=ALE(1)

```

```

    ALE(1)=ALE(2)
    ALE(2)=-ALE(5)
    ALE(5)=-ALE(1)
    ALE(1)=0.
    CA=CB+CC/2.
    CB=CL-CA
    GO TO 252
251  CA=CA-CC/2.
    CB=CB+CC/2.
252  CC=1.5*CC
    IF((P.EQ.0).OR.(QD.EQ.0))GO TO 253
    IF(P.GT.QD)P=QD
    CX=(CC*CC-CA*CB)*(CA-CB)/(CL*CL*FI)
    ALE(1)=2.*P*CC*(CB+CX)/CL
    ALE(3)=ALE(3)+ALE(1)
    CX=CC*CC/3.+CB*CB
    ALE(4)=P*CC*CX/CL-ALE(1)*CL/2.
    ALE(2)=ALE(2)+ALE(4)
    CX=2.*P*CC-ALE(1)
    ALE(6)=ALE(6)+CX
    ALE(5)=ALE(5)+CX*CB-ALE(1)*CA-ALE(4)
    ALE(1)=0.
    ALE(4)=0.
253  IVTC=IVTC+4
    GO TO 223
C ***
C   CARGA MOMENTO DE TORSAO
C ***
221  CB=CL-CA
    ALE(1)=-P*CB/CL
    ALE(2)=0.
    ALE(3)=0.
    ALE(4)=-P*CA/CL
    ALE(5)=0.
    ALE(6)=0.
    IVTC=IVTC+2
    GO TO 223
C ***
C   CARGA MOMENTO FLETOR
C ***
222  CB=CL-CA
    ALE(1)=0.
    ALE(3)=-6.*P*CA*CB/(CL*CL*CL*FI)
    ALE(2)=-P*CB/CL-ALE(3)*CL/2.
    ALE(4)=0.
    ALE(5)=-P-ALE(2)-ALE(3)*CL
    ALE(6)=-ALE(3)
    IVTC=IVTC+2
C ***
C   SOMA ESF. ENG. PERFEITO
C ***
223  DO 224 M=1,6
224  AML(M)=AML(M)+ALE(M)
217  CONTINUE
    IF(IPPR.EQ.0)RETURN

```

```

216  P=AX*RO
      CA=P*CL*CL/12.
      CB=P*CL/2.
      AML(2)=AML(2)-CA
      AML(3)=AML(3)+CB
      AML(5)=AML(5)+CA
      AML(6)=AML(6)+CB
      RETURN
      END

      SUBROUTINE EEPVCS(E,G,RO,IX,IY,AX,FI,VTO,UTC,AML,ALE,
1INDI)
C ***
C      SUBROTINA PARA CALCULAR ESF. ENG. PERFEITO DE VIGAS DE
C      EIXO CIRCULAR E SECAO CONSTANTE
C ***
      REAL IX,IY
      BYTE VTO(1)
      DIMENSION UTC(1),AML(1),ALE(1)
      COMMON/D1/SVP(14,14)
      COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
      COMMON/C6/CA,CB,CC,CL,TOL,RAIO,AFI,BA,XA,YA
      COMMON/C9/IVTO,IVTC,IPPR,NC
      COMMON/C8/SENA,COSA
C ***
      IF(INDI.EQ.1)CALL MRVGC4(E,G,IX,IY,AX,FI)
      P=0.
      IF(NC.EQ.0)GO TO 2203
      DO 2201 J=1,NC
      IVTO=IVTO+1
      ITIPO=VTO(IVTO)
      P=UTC(IVTC)
      AL=UTC(IVTC+1)
      GO TO (2202,2203),ITIPO
C ***
C      CARGA CONCENTRADA
C ***
2202  ALFA=-AL*3.141593/180.
      CA=COS(ALFA)
      CB=SIN(ALFA)
      XA=SENA**2-CB**2
      YA=SENA*COSA-CA*CB+ALFA-AFI
      ALE(7)=-P*RAIO**2.*((XA*CB/2.+YA*CA/2.+CB-SENA+(AFI-ALFA)
1*CA)/G/IX - (XA*CB/2.+YA*CA/2.)/E/IY)
      ALE(8)=-P*RAIO**2.*((-YA*CB/2.+XA*CA/2.+COSA-CA)/G/IX
1+ ((AFI-ALFA)*CB+YA*CB/2.-XA*CA/2.)/E/IY)
      ALE(9)=P*RAIO**3.*((SIN(AFI-ALFA)+ALFA-AFI-COSA*(XA*CB/2.
1+YA*CA/2.+CB-SENA+(AFI-ALFA)*CA)+SENA*(-YA*CB/2.+XA*CA/2.
2+COSA-CA))/G/IX + (SENA*((AFI-ALFA)*CB+YA*CB/2.-XA*CA/2.)
3+COSA*(XA*CB/2.+YA*CA/2.))/E/IY)
      DO 2008 II=4,6

```

```

      ALE(II)=0.
      DO 2008 JJ=5,7
2008  ALE(II)=ALE(II)-SVP(II+1,JJ)*ALE(JJ+2)
      YA=RAIO*(CA-COSA)
      XA=CL/2.-RAIO*CB
      ALE(1)=P*YA-ALE(4)
      ALE(2)=ALE(6)*CL-P*XA-ALE(5)
      ALE(3)=P-ALE(6)
      IVTC=IVTC+2
      GO TO 2010

C ***
C   CARGA DISTRIBUIDA
C ***
2203  IF(IPPR.EQ.1)P=P+AX*R0
      CA=AFI+SIN(2.*AFI)/2.
      CB=2.*AFI-CA
      ALE(7)=(P*RAIO**3)*CB*SENA*(1./(G*IX)-1./(E*IY))
      ALE(8)=(P*RAIO**3)*((2.*SENA-CB*COSA-2.*AFI*COSA)/(G*IX)
1+(2.*SENA-CA*COSA)/(E*IY))
      CA=SIN(2.*AFI)
      CB=2.*AFI**2-2.*AFI*CA+0.5*CA**2
      CC=2.*SENA**2-0.5*CA**2
      ALE(9)=(-P*RAIO**4)*(CB/(G*IX) + CC/(E*IY))
      DO 2009 II=4,6
      ALE(II)=0.
      DO 2009 JJ=5,7
2009  ALE(II)=ALE(II)-SVP(II+1,JJ)*ALE(JJ+2)
      XA=RAIO*(SENA/AFI-COSA)
      ALE(1)=P*RAIO*2.*AFI*XA-ALE(4)
      ALE(2)=ALE(6)*CL-ALE(5)-P*RAIO*AFI*CL
      ALE(3)=P*RAIO*2.*AFI-ALE(6)
      IVTC=IVTC+1
2010  DO 2011 M=1,6
2011  AML(M)=AML(M)+ALE(M)
2201  CONTINUE
      RETURN
      END

```

```

      SUBROUTINE EEPVMS(E,G,R0,IX,IY,AX,HMA,HME,ALA,ALB,BL,
1VTO,VTC,AML,ALE)

```

```

C ***
C   SUBROTINA PARA CALCULAR ESF. ENG. PERFEITO DE VIGAS
C   COM MISULAS RETAS VERTICAIS
C ***

```

```

      REAL IX,IY
      BYTE VTO(1)
      DIMENSION VTC(1),AML(1),ALE(1)
      COMMON/D1/SVP(14,14)
      COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
      COMMON/C6/CA,CB,CC,CL,TOL,RAIO,AFI,BA,XA,YA
      COMMON/C9/IVTO,IVTC,IPPR,NC

```

```

C ***
  P=0.
  IF(NC.EQ.0)GO TO 2203
  DO 2201 J=1,NC
    IVTO=IVTO+1
    ITIPO=UTO(IVTO)
    P=UTC(IVTC)
    AL=UTC(IVTC+1)
    GO TO (2202,2203),ITIPO
C ***
C   CARGA CONCENTRADA
C ***
2202  CD=CL
      CL=AL
      CALL MRUGM4(E,G,IX,IY,AX,HMA,HME,ALA,0.,BL)
      SVP(9,1)=SVP(6,6)
      SVP(9,2)=-SVP(3,6)
      SVP(9,3)=SVP(3,3)
      SVP(9,4)=SVP(2,6)
      SVP(9,5)=SVP(2,3)
      SVP(9,6)=SVP(3,6)
      SVP(9,7)=SVP(3,3)
      CL=CD-AL
      CALL MRUGM4(E,G,IX,IY,AX,HMA,HME,0.,ALB,BL)
      SVP(9,1)=SVP(9,1)+SVP(2,2)
      SVP(9,2)=SVP(9,2)+SVP(2,3)
      SVP(9,3)=SVP(9,3)+SVP(3,3)
      XA=SVP(9,1)*SVP(9,3)-SVP(9,2)**2
      CA=P*SVP(9,2)/XA
      CB=-P*SVP(9,1)/XA
      ALE(1)=0.
      ALE(2)=SVP(9,4)*CA-SVP(9,5)*CB
      ALE(3)=SVP(9,6)*CA-SVP(9,7)*CB
      ALE(4)=0.
      ALE(5)=SVP(2,6)*CA+SVP(3,6)*CB
      ALE(6)=-SVP(2,3)*CA-SVP(3,3)*CB
      CL=CD
      IVTC=IVTC+2
      GO TO 2010
C ***
C   CARGA DISTRIBUIDA
C ***
2203  IF(IPPR.EQ.1)P=P+AX*RO
      ALAA=ALA/CL
      ALBB=ALB/CL
      XA=HMA/HME-1.
      YA=2.*(XA+1.)**2
      CA=(XA+2.)/YA
      CB=1./YA
      CC=(ALOG10(XA+1.)-(XA*(3.*XA+2.)/YA))/XA**3
      CD=(-3.*ALOG10(XA+1.)+XA*(6.+9.*XA+2.*XA*XA)/YA)/XA**4
      CD=1.-4.*(CA-3.*(CB-CC)-CD)
      CC=1.-3.*(CA-2.*CB+CC)
      CB=1.-2.*(CA-CB)
      YA=ALAA**3+ALBB**3

```

```

C22=1.-3.*ALAA*(CA-ALAA*CB)-YA*CC
C25=1.-3.*(ALAA**2+ALBB**2)*CB+2.*YA*CC
C55=1.-3.*ALBB*(CA-ALBB*CB)-YA*CC
B2=1.-6.*ALAA**2*CB+4.*(2.*ALAA**3-ALBB**3)*CC
1 -3.*(ALAA**4-ALBB**4)*CD
B5=1.-6.*ALBB**2*CB+4.*(2.*ALBB**3-ALAA**3)*CC
1 -3.*(ALBB**4-ALAA**4)*CD
XA=4.*C22*C55-C25**2
CA=3.*(2.*C55*B2-C25*B5)/XA
CB=3.*(2.*C22*B5-C25*B2)/XA
ALE(1)=0.
ALE(2)=-P*CL*CL*CA/12.
ALE(5)=P*CL*CL*CB/12.
ALE(3)=- (ALE(2)+ALE(5)-P*CL*CL/2.)/CL
ALE(4)=0.
ALE(6)=-ALE(3)+P*CL
2010 DO 2011 M=1,6
2011 AML(M)=AML(M)+ALE(M)
2201 CONTINUE
RETURN
END

```

SUBROUTINE ROTRA5(VTT,AML,ALE)

```

C ***
C SUBROTINA PARA TRANSFORMAR ESFORÇOS DE ENGASTAMENTO
C PERFEITO PARA EIXOS GLOBAIS
C ***
  DIMENSION VTT(1)
  DIMENSION AML(1),ALE(1)
  COMMON/D3/RT1(3,4),RT2(3,4)
  COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
  COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
  COMMON/C11/NRT,NTOTAT,NTVC1,NTVC2,NTMR,NEQ,NANDAR,NCARRE,
1      NANDUM
C ***
  LL=NTVC1+NEQ*(I-1)+NQI-1
  DO 226 J=1,NGLI
    ALE(J)=0.
    DO 228 K=1,3
      228 ALE(J)=ALE(J)-RT1(K,J)*AML(K)
      LL=LL+1
    226 VTT(LL)=VTT(LL)+ALE(J)
    LL=NTVC1+NEQ*(I-1)+NQF-1
    DO 227 J=1,NGLF
      ALE(J)=0.
      DO 229 K=1,3
        KK=K+3
        229 ALE(J)=ALE(J)-RT2(K,J)*AML(KK)
        LL=LL+1
    227 VTT(LL)=VTT(LL)+ALE(J)
  RETURN

```

END

SUBROUTINE TRIANS(VTJ,VTR,VTT,INDT)

C \*\*\*

C SUBROTINA PARA PROCESSAR TRINAGULARIZACAO DOS VETORES DE  
C CARREGAMENTO

C \*\*\*

INTEGER VTJ(1)

DIMENSION VTR(1),VTT(1)

COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN

COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI

COMMON/C10/IVTT,IVTTI,IVTSI,ILJ,LHJ

COMMON/C11/NRT,NTOTAT,NTVC1,NTVC2,NTMR,NEQ,NANDAR,NCARRE,  
1 NANDUM

C \*\*\*

IVTT=0

DO 301 I=1,NCARRE

IVTT=IVTT+1

VTT(IVTT)=VTT(IVTT)/VTR(1)

IVTSI=1

KK=IVTT-1

DO 302 J=2,NEQF

IVTTI=KK

IVTT=IVTT+1

NN=J-1

DO 303 K=1,NN

IVTSI=IVTSI+1

IVTTI=IVTTI+1

303 VTT(IVTT)=VTT(IVTT)-VTT(IVTTI)\*VTR(IVTSI)

IVTSI=IVTSI+1

VTT(IVTT)=VTT(IVTT)/VTR(IVTSI)

302 CONTINUE

301 CONTINUE

IF(INDT.EQ.2)RETURN

JJ=IVTSI

DO 304 I=1,NCARRE

KK=NEQF\*(I-1)

IVTSI=JJ

DO 305 J=1,NEQI

IVTT=IVTT+1

LHJ=VTJ(1)

IF(J.GT.1)LHJ=VTJ(J)-VTJ(J-1)

IF(LHJ.EQ.0)GO TO 305

ILJ=NEQF-LHJ+1

IVTTI=KK+ILJ-1

DO 306 K=ILJ,NEQF

IVTTI=IVTTI+1

IVTSI=IVTSI+1

306 VTT(IVTT)=VTT(IVTT)-VTT(IVTTI)\*VTR(IVTSI)

305 CONTINUE

IF(N.LT.NANDUM)IVTT=IVTT+3

```

304  CONTINUE
      RETURN
      END

```

```

      SUBROUTINE DESLOC(VTJ,VTR,VTT,INDT)

```

```

C ***
C      SUBROTINA PARA CALCULAR OS DESLOCAMENTOS
C ***
      INTEGER VTJ(1)
      DIMENSION VTR(1),VTT(1)
      COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
      COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
      COMMON/C10/IVTT,IVTTI,IVTSI,ILJ,LHJ
      COMMON/C11/NRT,NTOTAT,NTVC1,NTVC2,NTMR,NEQ,NANDAR,NCARRE,
1      NANDUM
C ***
      IF(INDT.EQ.2)GO TO 267
      IVTT=NTVC1+1
      DO 260 I=1,NCARRE
      IVTSI=NTMR-VTJ(NEQI)
      KK=NEQF*(I-1)
      DO 261 J=1,NEQI
      LHJ=VTJ(1)
      IF(J.GT.1)LHJ=VTJ(J)-VTJ(J-1)
      IF(LHJ.EQ.0)GO TO 262
      ILJ=NEQF-LHJ+1
      IVTTI=KK+ILJ-1
      DO 263 K=ILJ,NEQF
      IVTSI=IVTSI+1
      IVTTI=IVTTI+1
263  VTT(IVTTI)=VTT(IVTTI)-VTR(IVTSI)*VTT(IVTT)
262  IVTT=IVTT+1
261  CONTINUE
      IF(N.GT.2)IVTT=IVTT+3
260  CONTINUE
267  DO 264 I=1,NCARRE
      IVTI=NEQF*I
      IVTSI=NTMR
      IF(N.GT.1)IVTSI=IVTSI-VTJ(NEQI)
      VTT(IVTT)=VTT(IVTT)/VTR(IVTSI)
      L=NEQF-I
      DO 265 J=1,L
      IVTTI=IVTT
      M=J+1
      DO 266 K=M,NEQF
      IVTSI=IVTSI-1
      IVTTI=IVTTI-1
266  VTT(IVTTI)=VTT(IVTTI)-VTR(IVTSI)*VTT(IVTT)
      IVTT=IVTT-1
      IVTSI=IVTSI-1
      VTT(IVTT)=VTT(IVTT)/VTR(IVTSI)

```



```

265  CONTINUE
264  CONTINUE
      RETURN
      END

```

```

      SUBROUTINE GRAVAS(VTB,VTO,VTM,VTJ,VTG,VTR,VTC,VTT,
1 VTD,VTF,NRC,INDD)

```

```

C ***
C   SUBROTINA PARA LER E GRAVAR DADOS NO DISQUETE
C ***
      BYTE VTB(1),VTO(1),VTM(1),ARQUI(11),NUMERO(9)
      INTEGER VTJ(1),VTD(1),VTF(1)
      DIMENSION VTG(1),VTR(1),VTC(1),VTT(1),NRC(1)
      COMMON/C1/LE,IMP
      COMMON/C2/NMAT,NNOS,NGVS,NGVE,NGPS,NGPE,NGPW,NGVF
      COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
      COMMON/C4/NVIGAS,NPILAR,NNOA,NVIGC,NNOC,NGL
      COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
      COMMON/C9/IUTO,IUTC,IPPR,NC,MMM
      COMMON/C11/NRT,NTOTAT,NTVC1,NTVC2,NTMR,NEQ,NANDAR,NCARRE,
1      NANDUM
      COMMON/C12/ARQUI,NUMERO
C ***
      GO TO (900,901,902,903,904,905,907),INDD
C ***
C   LER INFORMACOES DE SATEM1
C ***
900  CALL OPEN(1,'ARQUIVO1DAT',2)
      READ(1)LE,IMP,NANDAR,NCARRE,NMAT,NNOS,NGVS,NGVE,NGPS,
1 NGPE,NGPW,NGVF,JJ,II,(VTM(K),K=1,JJ),(VTG(K),K=1,II)
      ENDFILE 1
      CALL OPEN(8,'ARQUIVO8DAT',2)
      READ(8,REC=1)N,(VTD(K),K=1,N)
      ENDFILE 8
      RETURN
C ***
C   LER INFORMACOES DE SATEM2 - GEOMETRIA DO ANDAR
C ***
901  IF(N.EQ.1)NRR=1
      CALL OPEN(9,'ARQUIVO2DAT',2)
      READ(9,REC=NRR)II,II,II,II,NVIGAS,NPILAR,NNOA,II,JJ,NRG,
1 KK,KK,LL,(VTB(K),K=1,KK),(VTR(K),K=1,II),(VTR(K),K=1,LL)
      ENDFILE 9
      IF(N.EQ.NANDUM)RETURN
      NRR=JJ+1
      RETURN
C ***
C   LER INFORMACOES DE SATEM3 - DADOS DE CARGA
C ***
902  LT=NRC(1)
      CALL OPEN(3,ARQUI,2)

```

```

      READ(3,REC=LT)II,II,II,IPPR,NNOC,NVIGC,LL,II,JJ,KK,
1(VTO(K),K=1,II),(VTJ(K),K=1,JJ),(VTC(K),K=1,KK)
      ENDFILE 3
      NRC(I)=LL+1
      RETURN

```

```

C ***
C      LER INFORMACOES DE SATEM4 - MATRIZ DE RIGIDEZ TRIANG.

```

```

C ***
903  LT=VTD(LL)
      CALL OPEN(4,'ARQUIV04DAT',2)
      READ(4,REC=LT)NEQF,NEQI,NTMR,(VTJ(K),K=1,NEQI),
1(VTR(K),K=1,NTMR)
      ENDFILE 4
      RETURN

```

```

C ***
C      LER VETORES DE CARGA MODIFICADOS - RETROSUBSTITUICAO

```

```

C ***
904  LT=VTF(MMM)
      CALL OPEN(6,'ARQUIV05DAT',2)
      READ(6,REC=LT)NEQF,NTVC1,(VTT(K),K=1,NTVC1)
      ENDFILE 6
      RETURN

```

```

C ***
C      GRAVAR DESLOCAMENTOS

```

```

C ***
905  LT=VTF(NN)
      CALL OPEN(6,'ARQUIV05DAT',2)
      WRITE(6,REC=LT)NEQI,NTVC2,(VTT(K),K=LL,KK)
      ENDFILE 6
      IF(NN.EQ.1)RETURN
      NRR=NRR-NRG
      CALL OPEN(9,'ARQUIV02DAT',2)
      READ(9,REC=NRR)II,II,II,II,II,II,II,NNOA,II,II,NRG,II,II,LL,
1(VTB(K),K=1,II)
      ENDFILE 9
      RETURN

```

```

C ***
C      GRAVAR VETORES DE CARGA MODIFICADOS - FASE 1

```

```

C ***
907  NBYTES=4+4*NTVC1
      REGI=NBYTES/128.
      NREG=REGI
      IF(REGI-NREG)245,245,246
245  NREG=1
      GO TO 247
246  NREG=NREG+1
247  NTOTAT=NTOTAT+NREG
      LL=N-1
      VTF(LL)=NRT
      CALL OPEN(6,'ARQUIV05DAT',2)
      WRITE(6,REC=NRT)NEQF,NTVC1,(VTT(K),K=1,NTVC1)
      ENDFILE 6
      NRT=NTOTAT+1
      IF(N.LE.NANDAR)RETURN
      VTF(N)=NRT

```

```

CALL OPEN(8,'ARQUIV08DAT',2)
WRITE(8,REC=2)N,(VTF(K),K=1,N)
ENDFILE 8
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE APOIO5(VTB,UTO,UTC,UTT)

```

```

C ***
C   SUBROTINA PARA ENTRAR COM AS CONDIC0ES DE CONTORNO NOS
C   VETORES DE CARREGAMENTOS
C ***
    BYTE VTB(1),UTO(1)
    DIMENSION UTC(1),UTT(1)
    COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
    COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
    COMMON/C9/IVT0,IVTC,IPPR,NC
    COMMON/C11/NRT,NTOTAT,NTVC1,NTVC2,NTMR,NEQ,NANDAR,NCARRE,
1      NANDUM
C ***
    LL=NTVC1+NEQ*(I-1)
    IVT0=1
    IVTC=1
255  NOF=UTO(IVT0)
    IF(NOF.EQ.0)RETURN
    CALL NGRAU5(VTB(1),2)
    II=LL+NQF-1
    DO 254 K=1,NGLF
    II=II+1
    UTT(II)=1.0E20*UTC(IVTC)
254  IVTC=IVTC+1
    IVT0=IVT0+1
    GO TO 255
END

```

D.3 - SATEM 6

PROGRAM SATEM6

C \*\*\*

C PROGRAMA PARA CALCULAR ESFORÇOS NOS ELEMENTOS

C \*\*\*

```

BYTE VTA(50),VTB(200),VTO(100),ARQUI(11),NUMERO(9),VTM(10)
INTEGER VTJ(50),VTF(50)
DIMENSION VTG(75),VTR(220),VTC(100),VTT(200),VTE(200),
1VTY(40),D(14),AML(6),ALE(14),NRC(9),VTN(45)
COMMON/D1/SVP(14,14)
COMMON/D3/RT1(7,7),RT2(7,7)
COMMON/C1/LE,IMP
COMMON/C2/NMAT,NNOS,NGVS,NGVE,NGPS,NGPE,NGPW,NGVF
COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
COMMON/C4/NVIGAS,NPILAR,NNOA,NVIGC,NNOC,NGL
COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NQF,NQI,NGLF,NGLI
COMMON/C6/CA,CB,CC,CL,TOL,RAIO,AFI,BA,XA,YA
COMMON/C7/IVTB,IVTR,IFORMA,IGRUPO,IMATER
COMMON/C8/SENA,COSA,SENB,COSB,SENG,COSG
COMMON/C9/IVTO,IVTC,IPPR,NC
COMMON/C10/IVTE,LR,NANDAR,NCARRE
COMMON/C11/ARQUI,NUMERO
DATA ARQUI/'A','R','Q','U','I',' ',' ','3','D','A','T'/
DATA NUMERO/'1','2','3','4','5','6','7','8','9'/

```

C \*\*\*

```

NDIMT=200
NDIME=200
NDIMC=100

```

C \*\*\*

C LER INFORMACOES DE SATEM1

C \*\*\*

```

CALL GRAVA6(VTA(1),VTB(1),VTM(1),VTO(1),VTJ(1),VTG(1),
1VTR(1),VTC(1),VTT(1),VTE(1),VTF(1),NRC(1),VTN(1),1)
DO 133 I=1,NCARRE
133 NRC(I)=1
NRR=1
II=3*NMAT
KK=2*NNOS
DO 136 K=1,KK
II=II+1
136 VTY(K)=VTG(II)
WRITE(2,5500)
5500 FORMAT(////,2X,'ESFORÇOS NOS ELEMENTOS',/,2X,22('*'))
DO 284 N=1,NANDAR
WRITE(2,5501)N
5501 FORMAT(///,5X,'ANDAR',I2)

```

C \*\*\*

C LER INFORMACOES DE SATEM2 - GEOMETRIA DO ANDAR

C \*\*\*

```

CALL GRAVA6(VTA(1),VTB(1),VTM(1),VTO(1),VTJ(1),VTG(1),
1VTR(1),VTC(1),VTT(1),VTE(1),VTF(1),NRC(1),VTN(1),2)
IF(II.GT.NDIMT)CALL ERRO(12,2)
IF(JJ.GT.NDIME)CALL ERRO(12,2)
IF(N.LT.NANDAR)GO TO 139
LR=7*NOAI
IF(LR.GT.NDIMC)CALL ERRO(12,2)

```

```

139    DO 285 I=1,NCARRE
      WRITE(2,5502)I
5502   FORMAT(/,10X,'CARREGAMENTO',I2)
      IVTB=2*NOAF+1
      IVTR=5
      ARQUI(7)=NUMERO(I)
C ***
C     LER INFORMACOES DE SATEM3 - DADOS DE CARGA
C ***
      CALL GRAVAS(VTA(1),VTB(1),VTM(1),VTO(1),VTJ(1),VTG(1),
1VTR(1),VTC(1),VTT(1),VTE(1),VTF(1),NRC(1),VTN(1),3)
C ***
C     ESFORÇOS NAS VIGAS
C ***
      IF(NVIGAS.GT.0)CALL VIGAS6(VTA(1),VTB(1),VTM(1),VTO(1),
1VTJ(1),VTG(1),VTR(1),VTC(1),VTT(1),VTE(1),
2VTF(1),NRC(1),VTN(1),D(1),AML(1),ALE(1))
      IF(N.LT.NANDAR)GO TO 140
      DO 141 K=1,LR
141    VTC(K)=0.
C ***
C     ESFORÇOS NOS PILARES
C ***
140    CALL PILAR6(VTA(1),VTB(1),VTM(1),VTO(1),VTJ(1),VTG(1),
1VTR(1),VTC(1),VTT(1),VTE(1),VTF(1),
2NRC(1),VTY(1),VTN(1),D(1),AML(1),ALE(1))
      IF(N.LT.NANDAR)GO TO 285
      WRITE(2,5610)
5610   FORMAT(/,5X,'REACOES DE APOIO',/,5X,16('*'),/,2X,'NO',
11X,'NGL',6X,'MX',8X,'MY',8X,'FZ',8X,'FX',8X,'FY',8X,'MZ',
18X,'B',/)
      II=2*NOAI-1
      K=1
      DO 5611 L=1,II,2
        NGL=3
        IF((L.EQ.1).AND.(VTA(2).EQ.1))NGL=4
        IF((L.GT.1).AND.(VTA(L+1).NE.VTA(L-1)))NGL=4
        IF(NGL.EQ.3)WRITE(2,5612)VTA(L),NGL,VTC(K),VTC(K+1),
1VTC(K+2),VTC(K+4),VTC(K+5),VTC(K+6)
5612   FORMAT(1X,I3,2X,I1,3X,6(F8.2,2X))
        IF(NGL.EQ.4)WRITE(2,5613)VTA(L),NGL,VTC(K),VTC(K+1),
1,VTC(K+2),VTC(K+4),VTC(K+5),VTC(K+6),VTC(K+3)
5613   FORMAT(1X,I3,2X,I1,3X,7(F8.2,2X))
        K=K+7
5611   CONTINUE
285    CONTINUE
      II=3*NMAT
      KK=2*NNOS
      DO 137 K=1,KK
        II=II+1
137    VTG(II)=VTY(K)
284    CONTINUE
      WRITE(2,5988)
5988   FORMAT(/)
      END

```

```

      SUBROUTINE VIGAS6(VTA,VTB,VTM,UTO,VTJ,VTG,VTR,UTC,VTT,
1VTE,VTF,NRC,VTN,D,AML,ALE)
C ***
C      SUBROTINA PARA COLETAR DADOS SOBRE AS VIGAS - GEOMETRIA E
C      CARGAS
C ***
      BYTE VTA(1),VTB(1),UTO(1),ARQUI(11),NUMERO(9)
      BYTE VTM(1)
      INTEGER VTJ(1),VTF(1)
      DIMENSION VTG(1),VTR(1),UTC(1),VTT(1),VTE(1),
1D(1),AML(1),ALE(1),NRC(1),VTN(1)
      COMMON/D1/SVP(14,14)
      COMMON/C1/LE,IMP
      COMMON/C2/NMAT,NNOS,NGVS,NGVE,NGPS,NGPE,NGPW,NGVF
      COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
      COMMON/C4/NVIGAS,NPILAR,NNOA,NVIGC,NNOC,NGL
      COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEGI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
      COMMON/C7/IVTB,IVTR,IFORMA,IGRUPO,IMATER
      COMMON/C9/IVTO,IVTC,IPPR,NC
      COMMON/C10/IVTE,LR,NANDAR,NCARRE
      COMMON/C11/ARQUI,NUMERO
C ***
      WRITE(2,5504)
5504  FORMAT(/,1X,'VIGAS',8X,'MX',8X,'MY',8X,'FZ')
      DO 287 LJ=1,NVIGAS
      IFORMA=VTB(IVTB)
      IGRUPO=VTB(IVTB+1)
      IMATER=VTB(IVTB+2)
      NOI=VTB(IVTB+3)
      NOF=VTB(IVTB+4)
C ***
C      DEFINE GRAUS DE LIBERDADE
C ***
      CALL NGRAU2(VTB(1),3,II)
      CALL NGRAU2(VTB(1),2,II)
      II=3*NMAT+2*NOI-1
      JJ=3*NMAT+2*NOF-1
C ***
C      MATRIZ ROTACAO-TRANSFORMACAO
C ***
      CALL MRTUG4(VTG(II),VTG(II+1),VTG(JJ),VTG(JJ+1),VTR(IVTR)
1,VTR(IVTR+1),VTR(IVTR+2),VTR(IVTR+3),VTR(IVTR+4),
2VTR(IVTR+5),VTR(IVTR+6),VTR(IVTR+7),
3VTR(IVTR+8),VTR(IVTR+9))
      IVTR=IVTR+10
      IK=3*IMATER-2
      JK=3*NMAT+2*NNOS+4*IGRUPO-3
      GO TO (288,289,290,291),IFORMA
C ***
C      VIGAS DE EIXO RETO E SECAO CONSTANTE

```

```

C ***
288 CALL MRVGS4(UTG(IK),UTG(IK+1),UTG(JK),UTG(JK+1),UTG(JK+2)
1,UTG(JK+3))
GO TO 292
C ***
C VIGAS DE EIXO CIRCULAR E SECAO CONSTANTE
C ***
289 CALL MRVGC4(UTG(IK),UTG(IK+1),UTG(JK),UTG(JK+1),UTG(JK+2)
1,VTR(IVTR))
GO TO 292
C ***
C VIGAS DE EIXO RETO COM MISULAS RETAS VERTICAIS
C ***
290 CALL MRVGM4(UTG(IK),UTG(IK+1),UTG(JK),UTG(JK+1),UTG(JK+2)
1,VTR(IVTR),VTR(IVTR+1),VTR(IVTR+2),VTR(IVTR+3),
2VTR(IVTR+4),VTR(IVTR+5))
DO 1333 L=9,14
KK=L-8
IF(L.GE.12)KK=L-7
DO 1334 K=1,8
1334 SVP(K,L)=SVP(K,KK)
1333 CONTINUE
GO TO 292
C ***
C VIGAS ESPECIAIS
C ***
291 CALL MRVGE4(UTM(1),UTG(1))
C ***
C CALCULO ESFORCOS ENGASTAMENTO PERFEITO
C ***
292 IF(NVIGC.EQ.0)GO TO 293
IVT0=NNOC+1
DO 294 K=1,NVIGC
IF(LJ.EQ.VT0(IVT0))GO TO 295
NC=VT0(IVT0+1)
IVT0=IVT0+NC+2
294 CONTINUE
293 NC=0
IF(IPPR.EQ.1)GO TO 297
GO TO 296
295 IVT0=IVT0+1
NC=VT0(IVT0)
L=NNOC+K
IVTC=VTJ(L)
297 DO 298 L=1,6
298 AML(L)=0.
GO TO (110,111,112,115),IFORMA
C ***
C ESF. ENG. PERFEITO VIGAS EIXO RETO SECAO CONSTANTE
C ***
110 CALL EEPVS5(UTG(IK),UTG(IK+1),UTG(IK+2),UTG(JK),UTG(JK+1)
1,UTG(JK+2),UTG(JK+3),VT0(1),VTC(1),AML(1),ALE(1))
GO TO 296
C ***
C ESF. ENG. PERFEITO VIGA EIXO CIRCULAR SECAO CONSTANTE

```



```

C ***
111 CALL EEPVC5(UTG(IK),UTG(IK+1),UTG(IK+2),UTG(JK),UTG(JK+1)
1,UTG(JK+2),VTR(IVTR),UTO(1),UTC(1),AML(1),ALE(1),2)
IVTR=IVTR+1
GO TO 296

C ***
C ESF. ENG. PERFEITO VIGAS EIXO RETO COM MISULAS
C ***
112 CALL EEPVM5(UTG(IK),UTG(IK+1),UTG(IK+2),UTG(JK),UTG(JK+1)
1,UTG(JK+2),VTR(IVTR),VTR(IVTR+1),VTR(IVTR+2),VTR(IVTR+3),
2VTR(IVTR+4),UTO(1),UTC(1),AML(1),ALE(1))
DO 1335 L=1,7
IF(L.EQ.4)GO TO 1335
KK=L+8
IF(L.GE.5)KK=L+7
DO 1336 K=1,8
1336 SVP(K,L)=SVP(K,KK)
1335 CONTINUE
IVTR=IVTR+5
GO TO 296
115 IF(NC.EQ.0)GO TO 296
IVTC=IVTC-1
DO 217 II=1,6
JJ=IVTC+II
217 AML(II)=UTC(JJ)
296 II=NEQF*(I-1)+NQI
JJ=NEQF*(I-1)+NQF

C ***
C CALCULO ESFORÇOS EXTREMIDADES
C ***
CALL ESFORV(UTT(II),UTT(JJ),D(1),AML(1),ALE(1))
WRITE(2,5505)VTN(LJ),NOI,(ALE(L),L=1,3),NOF,(ALE(L),L=4,6)
5505 FORMAT(/,1X,'VIGA ',A4,/,1X,'INI',I4,2X,3(F8.2,2X),/,1X,
1'FIN',I4,2X,3(F8.2,2X))
IVTB=IVTB+5
287 CONTINUE
RETURN
END

SUBROUTINE PILAR6(UTA,VTB,UTH,UTO,UTJ,UTG,VTR,UTC,UTT,
1UTE,UTF,NRC,UTY,VTN,D,AML,ALE)

C ***
C SUBROTINA PARA COLETAR DADOS SOBRE OS PILARES
C ***
BYTE UTA(1),VTB(1),UTO(1),ARQUI(11),NUMERO(9),UTH(1)
INTEGER UTJ(1),UTF(1)
DIMENSION UTG(1),VTR(1),UTC(1),UTT(1),UTE(1),VTN(1),
1UTY(1),NRC(1),D(1),AML(1),ALE(1)
COMMON/C1/LE,IMP
COMMON/C2/NMAT,NNOS,NGVS,NGVE,NGPS,NGPE,NGPW,NGVF
COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN

```

```

COMMON/C4/NUIGAS,NPILAR,NNOA,NUIGC,NNOC,NGL
COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
COMMON/C6/CA,CB,CC,CL,TOL,RATIO,AFI,BA,XA,YA
COMMON/C7/IVTB,IVTR,IFORMA,IGRUPO,IMATER
COMMON/C9/IVTO,IVTC,IPPR,NC
COMMON/C10/IVTE,LR,NANDAR,NCARRE
COMMON/C11/ARQUI,NUMERO

```

C \*\*\*

```
WRITE(2,5506)
```

```
5506 FORMAT(/,1X,'PILARES',6X,'MX',8X,'MY',8X,'FZ',8X,'FX',8X,
1 'FY',8X,'MZ',8X,'B')
```

```
NM=0
```

```
ICP=0
```

```
IN=1
```

```
122 IL=0
```

```
MK=IVTR
```

```
DO 353 LJ=1,NPILAR
```

```
NOI=VTB(IVTB+3)
```

```
NOF=VTB(IVTB+4)
```

```
IF((IN.EQ.1).AND.(NOI.NE.NOF))GO TO 354
```

```
IF((IN.EQ.2).AND.(NOI.EQ.NOF))GO TO 360
```

```
IFORMA=VTB(IVTB)
```

```
IGRUPO=VTB(IVTB+1)
```

```
IMATER=VTB(IVTB+2)
```

```
ICP=ICP+1
```

```
IL=IL+1
```

C \*\*\*

C DEFINE GRAUS DE LIBERDADE

C \*\*\*

```
CALL NGRAU2(VTA(1),1,NSNO)
```

```
CALL NGRAU2(VTB(1),2,NSNO)
```

```
II=2*NOI-1
```

```
JJ=3*NMAT+2*NOF-1
```

```
IF(NOI.NE.NOF)GO TO 121
```

```
IF(1.GT.1)GO TO 121
```

C \*\*\*

C ATUALIZA COORDENADAS

C \*\*\*

```
UTY(II)=UTY(II)+VTR(IVTR)
```

```
UTY(II+1)=UTY(II+1)+VTR(IVTR+1)
```

```
121 KK=2
```

```
XF=0.
```

```
YF=0.
```

```
IF(NOI.EQ.NOF)GO TO 1050
```

```
KK=4
```

```
XF=VTR(IVTR+2)
```

```
YF=VTR(IVTR+3)
```

```
1050 KKK=IVTR+KK
```

```
I1=3*IMATER-2
```

```
I2=3*NMAT+2*NNOS+4*NGVS+6*NGVF+21*(NGVE-NGVF)
```

```
IF(IFORMA.EQ.1)I2=I2+8*IGRUPO
```

```
IF(IFORMA.EQ.2)I2=I2+8*NGPS+9*IGRUPO
```

C \*\*\*

C MATRIZ ROTACAO-TRANSFORMACAO

C \*\*\*

```

      CALL MRTPL4(VTY(II),VTY(II+1),VTG(JJ),VTG(JJ+1),VTR(IVTR),
1VTR(IVTR+1),XF,YF,VTR(KKK),VTR(1),VTG(I2-1),VTG(I2))
      GO TO (1052,1053,357),IFORMA

```

C \*\*\*

C     PILARES DE SECAO SOLIDA

C \*\*\*

1052   I2=I2-7

```

      CALL MRPSW4(VTG(I1),VTG(I1+1),VTG(I2),VTG(I2+1),VTG(I2+2),
1VTG(I2+2),VTG(I2+3),VTG(I2+4),VTG(I2+5))
      GO TO 359

```

C \*\*\*

C     PILARES DE SECAO ABERTA

C \*\*\*

1053   I2=I2-8

```

      CALL MRPSW4(VTG(I1),VTG(I1+1),VTG(I2),VTG(I2+1),VTG(I2+2),
1VTG(I2+3),VTG(I2+4),VTG(I2+5),VTG(I2+6))
      GO TO 359

```

C \*\*\*

C     PILARES ESPECIAIS

C \*\*\*

357    CALL MRPLE4(VTM(1),VTG(1))

359    II=NEQF\*(I-1)+NQF

      JJ=NEQI\*(I-1)+NQI

      KK=NEQF\*I-2

      LL=NEQI\*I-2

      IF(N.EQ.NANDAR)LL=1

C \*\*\*

C     ESFORCOS NAS EXTREMIDADES

C \*\*\*

```

      CALL ESFORP(VTT(II),VTT(KK),VTE(JJ),VTE(LL),VTG(1),
1D(1),AML(1),ALE(1))
      JJ=LJ+NVIGAS

```

```

      IF(IFORMA.NE.2)WRITE(2,5507)VTN(JJ),NOF,ALE(1),ALE(2),
1ALE(3),ALE(5),ALE(6),ALE(7),NOI,ALE(8),ALE(9),ALE(10),
2ALE(12),ALE(13),ALE(14)

```

5507   FORMAT(/,1X,'PILAR',1X,A4,/,1X,'SUP',I4,2X,6(F8.2,2X),  
1/,1X,'INF',I4,2X,6(F8.2,2X))

```

      IF(IFORMA.EQ.2)WRITE(2,5508)VTN(JJ),NOF,ALE(1),ALE(2),
1ALE(3),ALE(5),ALE(6),ALE(7),ALE(4),NOI,ALE(8),ALE(9),
2ALE(10),ALE(12),ALE(13),ALE(14),ALE(11)

```

5508   FORMAT(/,1X,'PILAR',1X,A4,/,1X,'SUP',I4,2X,7(F8.2,2X),  
1/,1X,'INF',I4,2X,7(F8.2,2X))

      GO TO (5509,5510,5511),IFORMA

5509   XG=VTG(I2+6)

      YG=VTG(I2+7)

      GO TO 120

5510   XG=VTG(I2+7)

      YG=VTG(I2+8)

      GO TO 120

5511   XG=0.

      YG=0.

C \*\*\*

C     REACOES DE APOIO

C \*\*\*

120    IF(N.EQ.NANDAR)CALL APOIO6(VTR(IVTR),VTR(IVTR+1),VTC(1),

```

1ALE(1),NSNO,XG,YG)
  IF(IN.EQ.1)IVTR=IVTR+3
  IF(IN.EQ.2)IVTR=IVTR+5
  GO TO 361
354  IVTR=IVTR+5
  GO TO 361
360  IVTR=IVTR+3
361  IVTB=IVTB+5
353  CONTINUE
  IF((IN.EQ.2).OR.(IL.EQ.NPILAR))RETURN
  IN=2
  IVTB=2*NOAF+5*NVIAS+1
  IVTR=MK
  GO TO 122
END

```

SUBROUTINE ESFORV(DI,DF,D,AML,ALE)

```

C ***
C   SUBROTINA PARA CALCULAR ESFORÇOS NAS EXTREMIDADES DAS
C   VIGAS
C ***
  DIMENSION DI(1),DF(1),D(1),AML(1),ALE(1)
  COMMON/D1/SVP(14,14)
  COMMON/D3/RT1(7,7),RT2(7,7)
  COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
  COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
  COMMON/C9/IVTO,IVTC,IPPR,NC

C ***
  DO 950 K=1,3
    D(K)=0.
  DO 950 L=1,NGLI
950  D(K)=D(K)+RT1(K,L)*DI(L)
  DO 951 K=4,6
    D(K)=0.
    KK=K-3
  DO 951 L=1,NGLF
951  D(K)=D(K)+RT2(KK,L)*DF(L)
  DO 350 K=1,6
    KK=K
    IF(K.GE.4)KK=K+1
    ALE(K)=0.
  DO 351 L=1,6
    LL=L
    IF(L.GE.4)LL=LL+1
351  ALE(K)=ALE(K)+SVP(KK,LL)*D(L)
    IF((NC.EQ.0).AND.(IPPR.EQ.0))GO TO 350
    ALE(K)=ALE(K)+AML(K)
350  CONTINUE
  RETURN
END

```

```

SUBROUTINE ESFORP(DF,DR,DI,DS,VTG,D,AML,ALE)
C ***
C SUBROTINA PARA CALCULAR ESFORCOS NAS EXTREMIDADES DE
C PILARES
C ***
  DIMENSION DF(1),DR(1),DI(1),DS(1),VTG(1),D(1),AML(1),
1ALE(1)
  COMMON/D1/SVP(14,14)
  COMMON/D3/RT1(7,7),RT2(7,7)
  COMMON/C2/NMAT,NNOS,NGUS,NGVE,NGPS,NGPE,NGPW,NGVF
  COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
  COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI
  COMMON/C6/CA,CB,CC,CL,TOL,RAIO,AFI,BA,XA,YA
  COMMON/C7/IVTB,IVTR,IFORMA,IGRUPO,IMATER
  COMMON/C9/IVTO,IVTC,IPPR,NC
  COMMON/C10/IVTE,LR,NANDAR,NCARRE
C ***
  DO 952 K=1,7
    D(K)=0.
    DO 953 L=1,NGLF
953   D(K)=D(K)+RT1(K,L)*DF(L)
    DO 954 L=5,7
      LL=L-4
954   D(K)=D(K)+RT1(K,L)*DR(LL)
952   CONTINUE
    DO 956 K=8,14
      D(K)=0.
      IF((N.EQ.NANDAR).AND.(K.GE.12))GO TO 956
      KK=K-7
      DO 955 L=1,NGLI
955   D(K)=D(K)+RT2(KK,L)*DI(L)
      IF(N.EQ.NANDAR)GO TO 956
      DO 957 L=5,7
        LL=L-4
957   D(K)=D(K)+RT2(KK,L)*DS(LL)
956   CONTINUE
    DO 115 K=1,14
      ALE(K)=0.
      DO 116 L=1,14
116   ALE(K)=ALE(K)+SVP(K,L)*D(L)
115   CONTINUE
    IF((IPPR.EQ.0).OR.(NOI.NE.NOF))RETURN
    IF(IFORMA.EQ.3)RETURN
    II=3*NMAT
    MM=3*NMAT+2*NNOS+4*NGUS+6*NGVF+21*(NGVE-NGVF)
    IF(IFORMA.EQ.1)MM=MM+8*IGRUPO-2
    IF(IFORMA.EQ.2)MM=MM+8*NGPS+9*IGRUPO-2
    PP=VTG(II)*VTG(MM)*CL/2.
    ALE(3)=ALE(3)+PP
    ALE(10)=ALE(10)+PP
    RETURN

```

END

SUBROUTINE GRAVA6(VTA,VTB,VTM,UTO,VTJ,VTG,VTR,UTC,VTT,  
IVTE,UTF,NRC,VTN,INDE)

C \*\*\*

C SUBROTINA PARA LER INFORMACOES NO DISQUETE

C \*\*\*

BYTE VTA(1),VTB(1),UTO(1),ARQUI(11),NUMERO(9)

BYTE VTM(1)

INTEGER VTJ(1),UTF(1)

DIMENSION VTG(1),VTR(1),UTC(1),VTT(1),VTE(1),NRC(1),VTN(1)

COMMON/C1/LE,IMP

COMMON/C2/NMAT,NNOS,NGVS,NGVE,NGPS,NGPE,NGPW,NGVF

COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN

COMMON/C4/NVIGAS,NPILAR,NNOA,NVIGC,NNOC,NGL

COMMON/C5/NOAF,NOAI,NEQF,NEQI,NQF,NQI,NOF,NOI,NGLF,NGLI

COMMON/C9/IVTO,IVTC,IPPR,NC

COMMON/C10/IVTE,LR,NANDAR,NCARRE

COMMON/C11/ARQUI,NUMERO

C \*\*\*

GO TO (280,281,282),INDE

C \*\*\*

C LER INFORMACOES DE SATEM1

C \*\*\*

280 CALL OPEN(1,'ARQUIV01DAT',2)

READ(1)LE,IMP,NANDAR,NCARRE,NMAT,NNOS,NGVS,NGVE,NGPS,

1NGPE,NGPW,NGVF,JJ,II,(VTM(K),K=1,JJ),(VTG(K),K=1,II)

ENDFILE 1

CALL OPEN(8,'ARQUIV08DAT',2)

READ(8,REC=2)II,(UTF(K),K=1,II)

ENDFILE 8

RETURN

C \*\*\*

C LER INFORMACOES DE SATEM2 - GEOMETRIA DO ANDAR

C \*\*\*

281 IF(N.EQ.1)NRR=1

CALL OPEN(9,'ARQUIV02DAT',2)

READ(9,REC=NRR)II,II,II,II,NVIGAS,NPILAR,NOAF,

1II,LL,JJ,JJ,JJ,KK,(VTB(K),K=1,JJ),(VTN(K),K=1,II),

2(VTR(K),K=1,KK)

NRR=LL+1

READ(9,REC=NRR)II,II,II,II,II,II,NOAI,II,II,II,

1II,JJ,JJ,(VTA(K),K=1,II)

ENDFILE 9

LT=UTF(N)

C \*\*\*

C LER DESLOCAMENTOS DO ANDAR

C \*\*\*

CALL OPEN(6,'ARQUIV05DAT',2)

READ(6,REC=LT)NEQF,II,(VTT(K),K=1,II)

LT=UTF(N+1)

```

C ***
C   LER DESLOCAMENTOS DO ANDAR ABAIXO
C ***
      READ(6,REC=LT)NEQI,JJ,(VTE(K),K=1,JJ)
      ENDFILE 6
      RETURN

C ***
C   LER INFORMACOES DE SATEM3 - DADOS DE CARGA
C ***
282  CALL OPEN(3,ARQUI,2)
      LT=NRC(I)
      READ(3,REC=LT)II,II,II,IPPR,NNOC,NVIGC,LL,II,JJ,
1KK,(VTO(K),K=1,II),(VTJ(K),K=1,JJ),(VTC(K),K=1,KK)
      NRC(I)=LL+1
      ENDFILE 3
      RETURN
      END

      SUBROUTINE APOIO6(XI,YI,VTC,ALE,NSNO,XG,YG)
C ***
C   SUBROTINA PARA CALCULAR AS REACOES DE APOIO
C ***
      DIMENSION VTC(1),ALE(1)
      COMMON/D3/RT1(7,7),RT2(7,7)
      COMMON/C3/I,J,K,L,M,N,II,JJ,KK,LL,MM,NN
C ***
      KK=7*(NSNO-1)
      DO 388 L=1,7
      DO 388 K=1,7
388  RT1(K,L)=RT2(L,K)
      RT1(7,3)=YG*RT1(7,1)-XG*RT1(7,2)-YI*RT1(5,3)+XI*RT1(6,3)
      RT1(7,5)=-YI*RT1(5,5)+XI*RT1(6,5)
      RT1(7,6)=-YI*RT1(5,6)+XI*RT1(6,6)
      DO 138 K=1,7
      ALE(K)=0.
      DO 139 L=1,7
      LL=7+L
139  ALE(K)=ALE(K)+RT1(K,L)*ALE(LL)
      KK=KK+1
      VTC(KK)=VTC(KK)+ALE(K)
138  CONTINUE
      RETURN
      END

```

## APÊNDICE E

### EXEMPLO DE UTILIZAÇÃO

Para exemplo de utilização tomou-se a estrutura da fig. VIII.6, tendo esta sido processada com apenas 5 pavimentos para evitar uma listagem excessiva de resultados.



```

*****
*                                     *
*               SISTEMA SATEN        *
*                                     *
* ANALISE TRIDIMENSIONAL DE ESTRUTURAS DE EDIFICIOS *
*                                     *
*****

```

EDIFICIO : TESTE EXEMPLO COM 5 ANDARES

CLIENTE : JOAO WALTER HAAS

UNIDADES : KN/M

#### DADOS GERAIS DA ESTRUTURA

```

NUM DE ANDARES . . . . . 5
NUM DE CARREGAMENTOS . . . . . 1
NUM DE MATERIAIS . . . . . 1
NUM DE NOS . . . . . 15
NUM DE GRUPOS VIGAS SIMPLES . . . . 1
NUM DE GRUPOS VIGAS ESPECIAIS . . . 0
NUM DE GRUPOS PILARES SECAO SOLIDA . 2
NUM DE GRUPOS PILARES SECAO ABERTA . 2
NUM DE GRUPOS PILARES ESPECIAIS . . 0

```

#### DADOS DOS MATERIAIS

MAT	E	G	PESO ESPEC
1	.3000E+08	.1200E+08	.2500E+02

#### COORDENADAS DOS NOS

NO	X	Y
1	-17.300	11.300
2	-8.020	9.440
3	-1.530	8.120
4	7.080	5.220
5	13.570	4.710
6	-17.790	1.300
7	-8.600	1.800
8	0.000	0.000
9	6.700	-1.300
10	12.000	-1.200
11	-17.180	-6.800
12	-9.000	-7.000
13	0.000	-7.000

14	6.640	-7.100
15	9.000	-7.000

## GRUPOS DE VIGAS SIMPLES

GRUPO	IX	IY	AZ	YG
1	.1800E+02	.8533E+02	.1600E+00	.0000E+01

## GRUPO DE PILARES SECAO SOLIDA - INERCIAS

GRUPO	IX	IY	IZ
1	.3333E+01	.5330E+02	.1574E+01
2	.4822E+01	.1362E+01	.3200E+02

## GRUPO DE PILARES SECAO SOLIDA - AREAS + CG

GRUPO	AX	AY	AZ	XG	YG
1	.0000E+01	.0000E+01	.4000E+00	.0000E+01	.0000E+01
2	.0000E+01	.0000E+01	.3600E+00	.4550E+00	.0000E+01

## GRUPOS DE PILARES SECAO ABERTA - INERCIAS

GRUPO	IX	IY	IZ	IW
1	.5723E+00	.9147E+01	.1674E+01	.7410E+01
2	.1235E+01	.7500E+01	.9500E+02	.1647E+00

## GRUPO DE PILARES SECAO ABERTA - AREAS + CG

GRUPO	AX	AY	AZ	XG	YG
1	.0000E+01	.0000E+01	.8000E+00	.0000E+01	.0000E+01
2	.0000E+01	.0000E+01	.1000E+01	.6260E+00	.0000E+01

## DESCRICAO DOS ANDARES

\*\*\*\*\*

ANDAR 1 PE-DIREITO = 3.500

NUM DE VIGAS . . 19

NUM DE PILARES . 14

NUM DE NOS . . . 15

## APOIOS ELASTICOS LATERAIS

NA DIRECAO LINEAR X .0000E+01

NA DIRECAO LINEAR Y .0000E+01

NA DIRECAO ROTACAO Z .0000E+01

## INFORMACOES DOS NOS

NO NGL

1	3
2	3
3	3
4	3
5	3
6	4
7	4
8	4
9	3
10	3
11	3
12	3
13	3
14	3
15	3

## INFORMACOES DAS VIGAS

VIGA	FORMA	GRUPO	MATERIAL	NO INIC	NO FINAL
V1A	i	i	i	1	2
V1B	i	i	i	2	3
V1C	i	i	i	3	4
V1D	i	i	i	4	5
V2	i	i	i	5	7
V3	i	i	i	7	8
V4	i	i	i	8	9
V5A	i	i	i	11	12
V5B	i	i	i	12	13
V5C	i	i	i	13	14
V5D	i	i	i	14	15
V6B	i	i	i	1	5
V6A	i	i	i	5	11
V7A	i	i	i	7	12
V7B	i	i	i	2	7
V8A	i	i	i	9	14
V8B	i	i	i	4	9
V9A	i	i	i	10	15
V9B	i	i	i	5	10

## EXCENTRICIDADES NO INICIAL

VIGA	EXC X	EXC Y	COORD SET	D C S X	D C S Y
V1A	.100	-.450	0.000	0.000	0.000
V1B	.500	-.100	0.000	0.000	0.000
V1C	.500	-.100	0.000	0.000	0.000
V1D	.500	-.100	0.000	0.000	0.000
V2	1.400	-1.400	-1.000	-1.400	0.000
V3	.700	.900	.530	.900	0.000
V4	.700	.900	.530	.900	0.000
V5A	.500	.120	0.000	0.000	0.000
V5B	.500	.100	0.000	0.000	0.000
V5C	.500	.100	0.000	0.000	0.000
V5D	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
V6B	.500	.100	0.000	0.000	0.000
V6A	1.500	-.300	-.540	-.300	-1.400
V7A	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000
V7B	.110	.450	0.000	0.000	0.000
V8A	.500	.100	0.000	0.000	0.000
V8B	.110	.450	0.000	0.000	0.000
V9A	.500	-.100	0.000	0.000	0.000
V9B	.140	-.360	0.000	0.000	0.000

## E-CENTRICIDADES NO FINAL

VIGA	E/C X	E/C Y	COEF SET	D C S X	D C S Y
V1A	.500	-.100	0.000	0.000	0.000
V1B	.500	-.100	0.000	0.000	0.000
V1C	.500	-.100	0.000	0.000	0.000
V1D	.500	-.100	0.000	0.000	0.000
V2	.700	-.900	.530	-.900	0.000
V3	.700	-.900	.530	-.900	0.000
V4	.100	-.400	0.000	0.000	0.000
V5A	.500	.100	0.000	0.000	0.000
V5B	.500	.100	0.000	0.000	0.000
V5C	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
V5D	.500	.100	0.000	0.000	0.000
V6B	1.500	-.350	.540	-.390	1.400
V6A	.500	.200	0.000	0.000	0.000
V7A	.200	-.400	0.000	0.000	0.000
V7B	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000
V8A	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
V8B	.500	.100	0.000	0.000	0.000
V9A	.250	-.400	0.000	0.000	0.000
V9B	.500	-.100	0.000	0.000	0.000

## INFORMACOES DOS PILARES

PILAR	FORMA	GRUPO	MATERIAL	Nº INF	Nº SUP
P1	1	1	1	1	1
P2	1	1	1	2	2
P3	1	1	1	3	3
P4	1	1	1	4	4
P5	1	1	1	5	5
P6	2	2	1	6	6
P7	2	1	1	7	7
P8	2	1	1	8	8
P9	1	1	1	9	9
P10	1	1	1	10	10
P11	1	2	1	11	11
P12	1	1	1	12	12
P13	1	1	1	13	13
P15	1	1	1	15	15

## PILARES VERTICAIS

## EXCENTRICIDADES NO INF +GAMA

PILAR	E/C X	E/C Y	GAMA
P1	0.000	0.000	0.000
P2	0.000	0.000	77.660
P3	0.000	0.000	77.660
P4	0.000	0.000	77.660

P5	0.000	0.000	77.600
P6	0.000	0.000	0.000
P7	0.000	0.000	0.000
P8	0.000	0.000	0.000
P9	0.000	0.000	0.000
P10	0.000	0.000	-22.520
P11	0.000	0.000	45.000
P12	0.000	0.000	90.000
P13	0.000	0.000	90.000
P15	0.000	0.000	-90.000

ANDAR 2 PE-DIREITO = 3.500

ANDAR IDENTICO AO ANTERIOR

ANDAR 3 PE-DIREITO = 3.500

ANDAR IDENTICO AO ANTERIOR

ANDAR 4 PE-DIREITO = 3.500

ANDAR IDENTICO AO ANTERIOR

ANDAR 5 PE-DIREITO = 3.500

ANDAR IDENTICO AO ANTERIOR

# INFORMACOES DOS NÓS NA BASE - APÓLOS

Nº NCL COEFICIENTES DE NOLA

ROTAÇÃO X ROTAÇÃO Y DESLOC Z ENFRAQUECIMENTO

1	3	.100E+21	.100E+21	.100E+21	
2	3	.100E+21	.100E+21	.100E+21	
3	3	.100E+21	.100E+21	.100E+21	
4	3	.100E+21	.100E+21	.100E+21	
5	3	.100E+21	.100E+21	.100E+21	
6	4	.100E+21	.100E+21	.100E+21	.100E+21
7	4	.100E+21	.100E+21	.100E+21	.100E+21
8	4	.100E+21	.100E+21	.100E+21	.100E+21
9	3	.100E+21	.100E+21	.100E+21	
10	3	.100E+21	.100E+21	.100E+21	
11	3	.100E+21	.100E+21	.100E+21	
12	3	.100E+21	.100E+21	.100E+21	
13	3	.100E+21	.100E+21	.100E+21	
15	3	.100E+21	.100E+21	.100E+21	

## DESCRIÇÃO DOS CARREGAMENTOS

\*\*\*\*\*

## CARREGAMENTO 1

PESO PRÓPRIO + SOBRECARGA + VENTO

CÁLCULO COM CONSIDERAÇÃO AUTOMÁTICA DE PESO PRÓPRIO

## ANDAR 1

## CARGAS HORIZONTAIS

CARGA X = 0.000

CARGA Y = 100.000

MOMENTO Z = 0.000

## CARGAS NODAIS

Nº	NGL	MX	MY	FZ	B
7	4	0.000	0.000	-100.000	0.000
8	4	0.000	0.000	-100.000	0.000

## CARGAS SOBRE AS VIGAS

VIGA VII

CARGA DISTR TOTAL Q= 15.00

VIGA VII

CARGA DISTR TOTAL Q= 23.00

VIGA VIC

CARGA DISTR TOTAL Q= 23.00

VIGA VID

CARGA DISTR TOTAL Q= 15.00

VIGA V2

CARGA DISTR TOTAL Q= 40.00

VIGA V3

CARGA DISTR TOTAL Q= 40.00

VIGA V4

CARGA DISTR TOTAL Q= 35.00

VIGA V5H

CARGA DISTR TOTAL Q= 15.00

VIGA V5B  
CARGA DISTR TOTAL Q= 23.00

VIGA V5C  
CARGA DISTR TOTAL Q= 23.00

VIGA V5D  
CARGA DISTR TOTAL Q= 10.00

VIGA V5A  
CARGA DISTR TOTAL Q= 23.00

VIGA V6B  
CARGA DISTR TOTAL Q= 23.00

VIGA V7B  
CARGA DISTR TOTAL Q= 40.00

VIGA V7A  
CARGA DISTR TOTAL Q= 40.00

VIGA V8A  
CARGA DISTR TOTAL Q= 30.00

VIGA V2B  
CARGA DISTR TOTAL Q= 30.00

VIGA V9A  
CARGA DISTR TOTAL Q= 15.00

VIGA V2B  
CARGA DISTR TOTAL Q= 15.00

ANDAR 2

ANDAR COM CARGAS IDENTICAS AS DO ANDAR ANTERIOR

ANDAR 3

CARGAS HORIZONTAIS

CARGA 2 = 0.000  
CARGA 1 = 150.000  
MOMENTO 2 = 0.000

CARGAS VERTICAIS

CARGAS VERTICAIS IDENTICAS AS DO ANDAR ANTERIOR

CARGAS SOBRE AS VIGAS

CARGAS SOBRE VIGAS IDENTICAS AS DO ANDAR ANTERIOR



ANDAR 4

ANDAR COM CARGAS IDENTICAS AS DO ANDAR ANTERIOR

ANDAR 5

CARGAS HORIZONTAIS

CARGA X = 0.000

CARGA Y = 100.000

MOMENTO Z = 0.000

CARGAS NODAIS

CARGAS NODAIS IDENTICAS AS DO ANDAR ANTERIOR

CARGAS SOBRE AS VIGAS

CARGAS SOBRE VIGAS IDENTICAS AS DO ANDAR ANTERIOR

RECALQUES NOS AFOIOS

NAO EXISTE RECALQUES DE AFOIO

## CARREGAMENTOS ANALISADOS

\*\*\*\*\*

## CARREGAMENTO 1

PESO PRÓPRIO + SOBRECARGA + VENTO

## DESLOCAMENTOS DOS APOIOS

-----

## CARREGAMENTO 1

Nº	ROTACAO X	ROTACAO Y	DESLOC Z	ENFRAQUECIMENTO
1	-7699E-18	-3169E-18	-1169E-16	
2	-4793E-18	-3055E-18	-1732E-16	
3	-2907E-18	-7644E-18	-1996E-16	
4	-5901E-18	-2507E-18	-1629E-16	
5	-5527E-18	-3189E-18	-8023E-17	
6	-9443E-17	.1337E-16	-2235E-16	.1044E-17
7	-1190E-16	-1859E-18	-4656E-16	-9525E-18
8	-1791E-16	.2350E-18	-2338E-16	-8592E-18
9	-1444E-17	.2180E-18	-1829E-16	
10	-1720E-17	.6134E-18	-7451E-17	
11	-2535E-17	.2616E-17	-7923E-17	
12	.1903E-18	.1302E-18	-1754E-16	
13	-2142E-18	.3603E-18	-1208E-16	
15	-2905E-18	.8735E-18	-9891E-17	

## DESLOCAMENTOS DOS ANDARÉS E NOS

-----

## ANDAR 5

## CARREGAMENTO 1

## DESLOCAMENTOS DO ANDAR

DESLOC X	DESLOC Y	ROTACAO Z
.1186E-04	.4993E-03	.1931E-04

## DESLOCAMENTOS DOS NOS

Nº	ROTACAO X	ROTACAO Y	DESLOC Z	ENFRAQUECIMENTO
1	.....	.....	.....	.....

1	-.1701E-04	.1143E-03	-.3358E-03	
2	.1503E-03	-.1575E-03	-.5001E-03	
3	-.2523E-03	-.7516E-05	-.3147E-03	
4	.3473E-04	-.1473E-03	-.4097E-03	
5	-.1357E-03	-.1004E-03	-.2253E-03	
6	-.8896E-04	.4142E-04	-.2297E-03	-.2044E-04
7	-.1643E-03	-.3461E-05	-.5026E-03	.7290E-04
8	-.2455E-03	-.5350E-06	-.3049E-03	.8537E-04
9	-.2911E-03	-.2026E-03	-.5257E-03	
10	-.2920E-03	.7697E-05	-.2124E-03	
11	-.1290E-03	.1062E-03	-.1760E-03	
12	-.4073E-03	.1075E-03	-.5064E-03	
13	-.1936E-03	.6579E-04	-.3765E-03	
14	-.8391E-04	-.5605E-03	-.1100E-02	
15	-.2589E-03	-.2256E-04	-.2604E-03	

ANDAR 4

CARREGAMENTO 1

DESLOCAMENTOS DO ANDAR

DESLOC X	DESLOC Y	ROTACAO Z
.4335E-04	.1509E-02	.5251E-04

DESLOCAMENTOS DOS NÓS

Nº	ROTACAO X	ROTACAO Y	DESLOC Z	ENPENAMENTO
1	-.9260E-04	.1267E-03	-.1046E-03	
2	.6393E-04	-.1555E-03	-.8908E-03	
3	-.3144E-03	-.2232E-04	-.5170E-03	
4	-.8257E-04	-.1934E-03	-.8431E-03	
5	-.2119E-03	-.9917E-04	-.4127E-03	
6	-.1491E-03	.2935E-04	-.4411E-03	-.1409E-04
7	-.2297E-03	-.4024E-05	-.5571E-03	.6882E-04
8	-.3140E-03	.3402E-05	-.5404E-03	.6613E-04
9	-.3487E-03	-.1387E-03	-.9437E-03	
10	-.3109E-03	.3004E-05	-.3816E-03	
11	-.1716E-03	.9989E-04	-.3637E-03	
12	-.4625E-03	.1025E-03	-.7006E-03	
13	-.2761E-03	.6048E-04	-.5768E-03	
14	-.1075E-03	-.5723E-03	-.1293E-02	
15	-.2917E-03	.2462E-06	-.5091E-03	

ANDAR 3

## CARREGAMENTO 1

## DESLOCAMENTOS DO ANDAR

DESLOC X    DESLOC Y    ROTACAO Z

.7223E-04    .2162E-02    .6123E-04

## DESLOCAMENTOS DOS NÓS

Nº        ROTACAO X    ROTACAO Y    DESLOC Z    EMPENAMENTO

1	-.1122E-03	.1192E-03	-.8047E-03	
2	.7440E-04	-.1503E-03	-.1195E-01	
3	-.3120E-03	-.1902E-05	-.7513E-03	
4	-.2153E-04	-.1317E-03	-.1120E-02	
5	-.1813E-03	-.9287E-04	-.5478E-03	
6	-.1830E-03	.3859E-04	-.5878E-03	-.2221E-04
7	-.2397E-03	-.1754E-05	-.1274E-02	.7912E-04
8	-.3034E-03	-.1273E-04	-.7302E-03	.7814E-04
9	-.3273E-03	-.1525E-03	-.1256E-02	
10	-.3249E-03	.1478E-05	-.5878E-03	
11	-.2648E-03	.8675E-04	-.5047E-03	
12	-.4934E-03	.9132E-04	-.1200E-02	
13	-.2568E-03	.4968E-04	-.9012E-03	
14	-.1428E-03	-.5809E-03	-.1517E-02	
15	-.2846E-03	-.3027E-04	-.6790E-03	

## ANDAR 2

## CARREGAMENTO 1

## DESLOCAMENTOS DO ANDAR

DESLOC X    DESLOC Y    ROTACAO Z

.8720E-04    .3590E-02    .9944E-04

## DESLOCAMENTOS DOS NÓS

Nº        ROTACAO X    ROTACAO Y    DESLOC Z    EMPENAMENTO

1	-.1542E-03	.1414E-03	-.9359E-03	
2	.3634E-04	-.9807E-04	-.1389E-02	
3	-.2679E-03	-.1125E-05	-.8014E-03	
4	-.3540E-04	-.9121E-04	-.1300E-02	
5	-.1496E-03	-.6473E-04	-.6348E-03	

6	-.1965E-03	.2039E-04	-.6992E-03	-.1269E-04
7	-.2261E-03	-.7985E-06	-.1483E-02	.4091E-04
8	-.2592E-03	-.7171E-06	-.8501E-03	.4130E-04
9	-.2675E-03	-.1161E-03	-.1463E-02	
10	-.2621E-03	-.2217E-05	-.5908E-03	
11	-.2112E-03	.5648E-04	-.6105E-03	
12	-.4373E-03	.5684E-04	-.1465E-02	
13	-.2362E-03	.2475E-04	-.1649E-02	
14	-.1999E-03	-.5801E-03	-.1627E-02	
15	-.2335E-03	-.2149E-04	-.7923E-03	

ANDAR 1

## CARREGAMENTO 1

DESLOCAMENTOS DO ANDAR

DESLOC X    DESLOC Y    ROTACAO Z

.9466E-04    .4435E-02    .1679E-03

DESLOCAMENTOS DOS NOS

Nº	ROTACAO X	ROTACAO Y	DESLOC Z	ENFENAMENTO
1	-.3962E-04	.4152E-03	-.9977E-03	
2	.3631E-03	-.2115E-03	-.1482E-02	
3	-.2758E-03	.7369E-04	-.9415E-03	
4	.2600E-03	-.1937E-03	-.1367E-02	
5	.4684E-05	-.1166E-03	-.6735E-03	
6	-.2897E-03	.9491E-04	-.7001E-03	-.6530E-04
7	-.2073E-03	.6651E-05	-.1588E-02	.1692E-03
8	-.2335E-03	-.1226E-04	-.9077E-03	.1729E-03
9	-.2380E-03	-.3021E-03	-.1565E-02	
10	-.1824E-03	.1186E-05	-.6304E-03	
11	-.2403E-03	.9532E-04	-.6327E-03	
12	-.6917E-03	.1044E-03	-.1501E-02	
13	-.1271E-03	.1866E-04	-.1122E-02	
14	-.1764E-03	-.6042E-03	-.1895E-02	
15	-.2230E-03	-.1576E-03	-.8470E-03	

ESFORÇOS NOS ELEMENTOS  
\*\*\*\*\*

ANDAR 1

CARREGAMENTO 1

VIGAS		Hx	H1	F2
VIGA V1A				
INI	1	-1.22	-94.25	89.81
FIN	2	1.22	123.86	87.49
VIGA V1B				
INI	2	2.52	-72.63	73.36
FIN	3	-2.52	79.39	75.81
VIGA V1C				
INI	3	-1.61	-158.88	112.58
FIN	4	1.61	115.49	141.12
VIGA V1D				
INI	4	.98	-66.61	60.05
FIN	5	-1.98	51.29	54.96
VIGA V2				
INI	6	.91	-184.52	158.86
FIN	7	-1.61	156.53	149.14
VIGA V3				
INI	7	.68	-171.18	151.38
FIN	8	-1.68	185.74	169.42
VIGA V4				
INI	8	.62	-153.82	135.41
FIN	9	-1.62	33.75	94.69
VIGA V5A				
INI	11	1.39	-80.98	67.17
FIN	12	-1.39	75.56	65.82
VIGA V5B				
INI	12	-1.52	-129.22	102.74
FIN	13	1.52	162.29	113.26
VIGA V5C				
INI	13	.17	-153.35	117.93
FIN	14	-1.17	-48.18	47.67
VIGA V5D				
INI	14	.53	49.41	-106.48

FIN	13	-1.53	178.18	133.98
-----	----	-------	--------	--------

VIGA V3B				
----------	--	--	--	--

INI	1	-1.62	-142.20	113.36
-----	---	-------	---------	--------

FIN	6	.32	116.91	182.34
-----	---	-----	--------	--------

VIGA V6A				
----------	--	--	--	--

INI	6	.33	-144.93	162.84
-----	---	-----	---------	--------

FIN	11	-1.33	9.32	57.66
-----	----	-------	------	-------

VIGA V7A				
----------	--	--	--	--

INI	7	.28	-294.25	193.21
-----	---	-----	---------	--------

FIN	12	-1.28	96.35	141.19
-----	----	-------	-------	--------

VIGA V7B				
----------	--	--	--	--

INI	2	.57	-138.50	141.60
-----	---	-----	---------	--------

FIN	7	-1.67	143.22	146.10
-----	---	-------	--------	--------

VIGA V8A				
----------	--	--	--	--

INI	9	-1.23	-145.48	121.39
-----	---	-------	---------	--------

FIN	14	1.23	-1.35	58.81
-----	----	------	-------	-------

VIGA V8B				
----------	--	--	--	--

INI	4	-1.34	-119.79	118.41
-----	---	-------	---------	--------

FIN	9	.34	113.44	116.58
-----	---	-----	--------	--------

VIGA V9A				
----------	--	--	--	--

INI	10	-1.60	-165.59	72.79
-----	----	-------	---------	-------

FIN	15	.60	2.45	36.96
-----	----	-----	------	-------

VIGA V9B				
----------	--	--	--	--

INI	5	.17	-66.60	69.41
-----	---	-----	--------	-------

FIN	10	-1.17	19.88	45.69
-----	----	-------	-------	-------

PILARE3		HX	HY	FZ	FX	FY	HZ	B
---------	--	----	----	----	----	----	----	---

PILAR P1								
----------	--	--	--	--	--	--	--	--

SUP	1	208.7	95.7	-194.5	-47.3	120.5	.5	
-----	---	-------	------	--------	-------	-------	----	--

INF	1	143.2	76.7	229.5	47.3	-166.5	-1.5	
-----	---	-------	------	-------	------	--------	------	--

PILAR P2								
----------	--	--	--	--	--	--	--	--

SUP	2	-91.0	-129.3	-392.5	66.0	-44.2	.5	
-----	---	-------	--------	--------	------	-------	----	--

INF	2	-63.3	-161.5	337.5	-66.0	44.2	-1.5	
-----	---	-------	--------	-------	-------	------	------	--

PILAR P3								
----------	--	--	--	--	--	--	--	--

SUP	3	97.8	13.5	-188.4	-7.1	44.2	.5	
-----	---	------	------	--------	------	------	----	--

INF	3	57.6	11.3	223.4	7.1	-44.2	-1.5	
-----	---	------	------	-------	-----	-------	------	--

PILAR P4								
----------	--	--	--	--	--	--	--	--

SUP	4	-92.4	-122.5	-279.0	61.7	-46.5	.5	
-----	---	-------	--------	--------	------	-------	----	--

INF	4	-76.7	-93.4	314.6	-61.7	46.5	-1.5	
-----	---	-------	-------	-------	-------	------	------	--

PILAR P5								
----------	--	--	--	--	--	--	--	--

SUP	5	-67.1	-66.4	-115.4	33.7	-35.5	.5	
-----	---	-------	-------	--------	------	-------	----	--

INF	5	-57.6	-51.6	150.4	-33.7	35.5	-1.5	
-----	---	-------	-------	-------	-------	------	------	--

PILAR P4								
SUP	6	-194.5	274.3	-364.0	-129.4	-66.4	201.7	-420.4
INF	6	-37.9	178.5	451.5	129.4	66.4	-201.7	-273.4
PILAR P7								
SUP	7	204.6	30.2	-744.8	-13.9	64.2	-225.8	482.0
INF	7	20.1	16.5	821.8	13.9	-64.2	225.8	305.5
PILAR P8								
SUP	8	-22.5	-49.4	-395.8	23.1	-84.8	-236.3	492.0
INF	8	-274.2	-31.5	472.0	-23.1	84.8	236.3	315.1
PILAR P9								
SUP	9	10.5	-67.2	-332.7	33.6	4.6	.5	
INF	9	-7.3	-50.2	367.7	-33.6	-4.6	-.5	
PILAR P10								
SUP	10	100.2	5.2	-118.4	-2.1	45.5	.5	
INF	10	58.9	2.1	153.4	2.1	-45.5	-.5	
PILAR P11								
SUP	11	56.8	46.2	-124.2	-23.0	30.1	.1	
INF	11	48.7	34.3	155.7	23.0	-30.1	-.1	
PILAR P12								
SUP	12	119.3	101.2	-309.8	-54.0	60.4	.5	
INF	12	92.1	82.9	344.8	54.0	-60.4	-.5	
PILAR P13								
SUP	13	2.9	-21.3	-230.3	9.3	2.7	.5	
INF	13	6.4	-11.4	265.3	-9.3	-2.7	-.5	
PILAR P15								
SUP	15	224.9	10.0	-170.0	-5.5	105.3	.5	
INF	15	147.1	9.1	205.0	5.5	-105.3	-.5	

## ANILAR 2

## CAPRECAMENTO 1

UTGAS	H1	H1	F2
UTGA V1A			
INI	1	-1.59	-125.29
FIN	2	.59	112.38
UTGA V1B			
INI	2	1.24	-69.93
FIN	3	-1.24	70.53



VIGA VIC				
INI	3	-.57	-165.36	113.57
FIN	4	.67	112.11	106.13

VIGA VID				
INI	4	.42	-59.85	57.83
FIN	5	-.42	57.11	57.19

VIGA VE				
INI	6	.69	-198.67	160.23
FIN	7	-.69	155.16	147.77

VIGA U3				
INI	7	.16	-181.83	156.84
FIN	8	-.16	173.67	159.96

VIGA U4				
INI	8	.63	-158.31	132.51
FIN	9	-.63	54.72	97.49

VIGA U5A				
INI	11	.76	-89.59	69.89
FIN	12	-.76	65.89	63.14

VIGA U5B				
INI	12	-.54	-125.10	103.78
FIN	13	.54	159.95	112.12

VIGA U5C				
INI	13	-.13	-152.55	113.24
FIN	14	.13	-35.87	51.46

VIGA U5D				
INI	14	.38	37.75	-116.10
FIN	15	-.38	196.71	136.70

VIGA U5E				
INI	1	-.28	-179.61	117.20
FIN	2	.28	166.00	98.80

VIGA U6A				
INI	5	.18	-144.42	102.36
FIN	11	-.18	11.60	57.48

VIGA U7A				
INI	7	.16	-278.55	196.64
FIN	12	-.16	130.80	147.75

VIGA U7B				
INI	2	.31	-178.35	153.62
FIN	7	-.31	114.51	134.69

VIGA U8A				
INI	9	-1.86	-166.21	121.56
FIN	14	1.86	-.51	58.64

## VIGA V8B

INI	4	-1.00	-165.01	129.72
FIN	9	1.00	84.49	105.27

## VIGA V8A

INI	10	-1.02	-128.25	80.49
FIN	15	1.02	-19.75	29.17

## VIGA V9B

INI	5	1.07	-79.38	73.05
FIN	10	-1.07	-12.31	33.05

PILARES		Hx	Ht	Fz	Fx	Fy	HZ	B
---------	--	----	----	----	----	----	----	---

## PILAR P1

SUP	1	89.3	53.3	-432.3	-32.9	57.9	1.0	
INF	1	113.3	56.8	457.3	32.9	-57.9	-1.0	

## PILAR P2

SUP	2	-12.1	-81.7	-548.2	47.9	-13.9	1.0	
INF	2	-35.5	-85.1	583.2	-47.9	13.9	-1.0	

## PILAR P3

SUP	3	58.1	4.5	-411.7	-3.7	31.5	1.0	
INF	3	52.3	8.4	443.7	3.7	-31.5	-1.0	

## PILAR P4

SUP	4	-23.2	-81.3	-502.3	46.9	-19.4	1.0	
INF	4	-44.7	-82.9	537.3	-46.9	19.4	-1.0	

## PILAR P5

SUP	5	-18.9	-55.4	-280.5	31.0	-16.3	1.0	
INF	5	-39.4	-53.1	315.5	-31.0	16.3	-1.0	

## PILAR P6

SUP	6	-142.7	111.0	-812.9	-70.5	1.0	110.8	-177.0
INF	6	142.7	135.0	700.4	70.5	1.0	-110.8	-205.6

## PILAR P7

SUP	7	204.7	18.6	-1547.2	-10.2	78.9	-120.1	185.5
INF	7	71.5	17.1	1624.2	10.2	-78.9	120.1	237.6

## PILAR P8

SUP	8	249.7	-22.6	-865.4	12.7	10.7	-119.4	185.4
INF	8	-184.3	-21.7	942.4	-12.7	-10.7	119.4	235.0

## PILAR P9

SUP	9	51.2	-38.2	-592.0	22.8	19.5	1.0	
INF	9	17.0	-41.5	717.0	-22.8	-19.5	-1.0	

## PILAR P10

SUP	10	105.4	3.6	-200.9	-1.5	50.2	1.0	
INF	10	71.5	1.7	301.9	1.5	-50.2	-1.0	

PILAR P11						
SUP	11	14.5	29.0	-293.0	-12.7	15.2
INF	11	39.8	24.6	314.5	12.7	-15.2
PILAR P12						
SUP	12	47.3	50.5	-559.5	-32.0	32.7
INF	12	57.0	55.6	694.5	32.0	-32.7
PILAR P13						
SUP	13	-13.2	-10.8	-490.7	5.3	-3.5
INF	13	1.0	-8.9	525.7	-5.3	3.5
PILAR P15						
SUP	15	111.7	21.4	-379.7	-11.0	65.2
INF	15	112.7	12.9	405.9	11.0	-65.2

## ANDA 3

## CARGAMENTO 1

VIGA		N1	N2	F2
VIGA V1A				
INI	1	-.62	-122.78	85.57
FIN	2	.62	110.25	82.74
VIGA V1B				
INI	2	1.60	-84.12	79.05
FIN	3	-1.60	55.45	70.12
VIGA V1C				
INI	3	-.84	-169.12	114.51
FIN	4	.84	109.51	99.19
VIGA V1D				
INI	4	.57	-73.93	62.70
FIN	5	-.57	42.52	52.32
VIGA V2				
INI	6	.17	-194.17	159.63
FIN	7	-.17	154.73	148.37
VIGA V3				
INI	7	.19	-193.60	157.98
FIN	8	-.19	186.31	150.82
VIGA V4				
INI	8	.09	-153.71	132.08
FIN	9	-.09	53.23	98.02
VIGA V5A				
INI	11	.89	-77.65	66.50
FIN	12	-.89	77.72	68.53

VIGA 05B			
INI	12	-1.04	-126.35
FIN	13	.34	114.38

VIGA 05C			
INI	13	-1.46	-149.62
FIN	14	.46	-35.16

VIGA 05D			
INI	14	1.61	33.84
FIN	15	-1.61	193.65

VIGA 05E			
INI	1	-1.27	-172.73
FIN	3	.27	111.29

VIGA 06A			
INI	6	.29	-139.19
FIN	11	-1.29	15.86

VIGA 07A			
INI	7	.26	-285.54
FIN	12	-1.26	129.92

VIGA 07B			
INI	2	.47	-172.64
FIN	7	-1.47	115.51

VIGA 08A			
INI	9	-1.75	-179.02
FIN	14	1.75	-2.62

VIGA 08B			
INI	4	-1.67	-171.71
FIN	9	.67	75.76

VIGA 09A			
INI	10	-1.05	-141.51
FIN	15	.05	-32.12

VIGA 09B			
INI	5	.14	-116.85
FIN	10	-1.14	-27.56

PILARES		Hx	Ht	FZ	Fx	Fy	HZ	B
PILAR F1								
SUP	1	111.6	65.9	-668.5	-36.5	36.5	1.5	
INF	1	121.2	62.6	703.5	36.5	-66.5	-1.5	
PILAR F2								
SUP	2	-29.9	-89.8	-997.4	51.1	-13.1	1.5	
INF	2	-15.1	-89.6	1032.4	-51.1	13.1	-1.5	

PILAR P3							
SUP	3	79.5	5.7	-631.3	-3.8	42.1	1.5
INF	3	-57.8	6.5	536.3	3.8	-42.1	-1.5
PILAR P4							
SUP	4	-25.8	-94.1	-938.4	52.9	-18.9	1.5
INF	4	-32.2	-96.9	945.4	-52.9	18.9	-1.5
PILAR P5							
SUP	5	-26.4	-56.8	-445.8	37.4	-13.7	1.5
INF	5	-27.7	-64.2	486.8	-37.4	13.7	-1.5
PILAR P6							
SUP	6	-337.8	150.2	-1261.1	-82.6	12.2	129.1
INF	6	388.8	138.9	1348.6	82.6	-12.2	-129.1
PILAR P7							
SUP	7	159.7	22.6	-2354.7	-11.9	119.2	-143.8
INF	7	-257.6	19.8	2431.7	11.9	-119.2	143.8
PILAR P8							
SUP	8	198.3	-29.9	-1333.3	15.5	61.8	-139.8
INF	8	56.1	-24.4	1418.3	-15.5	-61.8	139.8
PILAR P9							
SUP	9	56.4	-45.5	-1853.8	25.6	28.7	1.5
INF	9	44.2	-44.2	1888.8	-25.6	-28.7	-1.5
PILAR P10							
SUP	10	127.9	3.9	-415.4	-1.9	67.1	1.5
INF	10	187.7	2.8	458.4	1.9	-67.1	-1.5
PILAR P11							
SUP	11	9.5	24.7	-446.1	-13.2	13.2	.3
INF	11	36.7	21.9	471.6	13.2	-13.2	-.3
PILAR P12							
SUP	12	51.8	67.1	-1009.8	-37.5	31.4	1.5
INF	12	58.2	64.2	1044.8	37.5	-31.4	-1.5
PILAR P13							
SUP	13	-13.5	-13.5	-751.9	7.2	-6.7	1.5
INF	13	-11.9	-11.7	786.9	-7.2	6.7	-1.5
PILAR P15							
SUP	15	145.6	21.7	-565.6	-15.6	78.2	1.5
INF	15	126.2	25.6	608.6	15.6	-78.2	-1.5

ANDAR 4

CARREGAMENTO :

VIGAS	Nº	M	F2
VIGA VIA			
INI 1	-1.53	-121.01	84.19
FIN 2	.53	168.71	81.29
VIGA VIR			
INI 2	1.55	-93.38	62.63
FIN 3	-1.55	48.97	66.55
VIGA VIC			
INI 3	-1.74	-179.39	114.81
FIN 4	.74	107.53	98.89
VIGA VID			
INI 4	.55	-82.93	65.73
FIN 5	-1.55	38.21	49.29
VIGA V2			
INI 6	.25	-192.97	159.91
FIN 7	-1.25	157.91	148.99
VIGA V3			
INI 7	.25	-188.16	159.99
FIN 8	-1.25	163.84	157.86
VIGA V4			
INI 8	.13	-148.77	139.17
FIN 9	-1.13	54.78	94.93
VIGA V5A			
INI 11	.96	-69.41	64.13
FIN 12	-1.96	35.87	49.87
VIGA V5B			
INI 12	-1.56	-119.48	102.16
FIN 13	.56	126.22	113.84
VIGA V5C			
INI 13	-1.66	-145.81	111.99
FIN 14	.66	-31.97	33.21
VIGA V5E			
INI 14	2.15	33.74	-167.84
FIN 15	-2.15	173.43	134.44
VIGA V4E			
INI 1	-1.21	-168.06	114.41
FIN 6	.21	116.74	101.57
VIGA V6A			
INI 6	.32	-128.25	97.62
FIN 11	-1.32	27.64	52.82

VIGA 07A  
 INI 7 .30 -282.26 187.91  
 FIN 12 -1.30 125.43 143.59

VIGA 07B  
 INI 2 .48 -171.91 152.93  
 FIN 7 -1.48 118.43 135.57

VIGA 08A  
 INI 9 -1.77 -185.23 125.57  
 FIN 14 1.77 -2.75 54.63

VIGA 08B  
 INI 4 -.02 -177.70 132.88  
 FIN 9 .02 71.55 102.11

VIGA 09A  
 INI 10 .09 -150.07 87.14  
 FIN 15 -1.09 -39.29 22.02

VIGA 09B  
 INI 5 .10 -120.53 81.42  
 FIN 10 -1.10 -37.89 24.38

PILARES HA HI FZ FA FI HZ B

PILAR P1  
 SUP 1 97.2 60.2 -904.1 -39.0 -67.8 1.8  
 INF 1 140.6 70.5 939.1 39.0 -67.8 -1.8

PILAR P2  
 SUP 2 -19.4 -86.3 -1349.3 51.3 -10.0 1.8  
 INF 2 -15.5 -94.3 1384.3 -51.3 10.0 -1.8

PILAR P3  
 SUP 3 78.0 8.5 -847.6 -3.4 49.0 1.8  
 INF 3 93.1 3.3 862.6 3.4 -49.0 -1.8

PILAR P4  
 SUP 4 -27.2 -92.3 -1262.9 55.3 -14.3 1.8  
 INF 4 -32.9 -101.2 1297.9 -55.3 14.3 -1.8

PILAR P5  
 SUP 5 -20.5 -61.2 -111.5 39.7 -9.3 1.8  
 INF 5 -12.2 -72.8 346.5 -39.7 9.3 -1.8

PILAR P6  
 SUP 6 -598.5 145.1 -1706.2 -87.2 21.8 131.2 -218.5  
 INF 6 674.8 160.0 1793.7 87.2 -21.8 -131.2 -236.9

PILAR P7  
 SUP 7 -32.6 22.4 -3163.2 -13.1 164.7 -155.9 258.9  
 INF 7 609.0 23.4 3246.2 13.1 -164.7 155.9 291.1

PILAR P8							
SUP	8	-86.8	-29.8	-1798.3	18.8	146.8	-144.8
INF	8	591.8	-36.8	1875.3	-18.8	-146.8	144.8
PILAR P9							
SUP	9	41.3	-49.6	-1415.6	38.6	33.8	1.8
INF	9	77.1	-55.1	1456.6	-38.6	-33.8	-1.8
PILAR P10							
SUP	10	111.8	2.9	-562.7	-2.5	74.6	1.8
INF	10	147.2	5.8	567.7	2.5	-74.6	-1.8
PILAR P11							
SUP	11	-5.1	36.8	-598.6	-15.4	5.6	.4
INF	11	23.6	24.1	638.1	15.4	-5.6	-.4
PILAR P12							
SUP	12	58.3	73.4	-1361.7	-42.6	29.6	1.8
INF	12	53.5	75.7	1366.7	42.6	-29.6	-1.8
PILAR P13							
SUP	13	-14.7	-18.7	-1812.2	8.4	-8.5	1.8
INF	13	-15.1	-18.5	1847.2	-8.4	8.5	-1.8
PILAR P15							
SUP	15	146.9	24.6	-756.5	-15.8	84.2	1.8
INF	15	154.8	28.8	761.5	15.8	-84.2	-1.8

ANDAR 5

## CARREGAMENTO 1

VIGAS		M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	F <sub>2</sub>
VIGA VIA				
INI	1	-5.59	-115.78	84.16
FIN	2	.55	115.74	84.15
VIGA VIB				
INI	2	1.67	-96.34	83.42
FIN	3	-1.67	47.75	65.73
VIGA VIC				
INI	3	-1.85	-103.19	113.88
FIN	4	.85	113.55	106.62
VIGA VID				
INI	4	.64	-88.69	67.32
FIN	5	-1.64	28.37	47.69



VIGA U2  
INI 6 .23 -185.35 157.26  
FIN 7 -.23 152.50 156.74

VIGA U3  
INI 7 .24 -188.32 159.47  
FIN 8 -.24 186.55 157.33

VIGA U4  
INI 8 .15 -146.55 128.45  
FIN 9 -.15 51.51 101.25

VIGA U5A  
INI 11 1.11 -56.63 51.68  
FIN 12 -1.11 94.45 71.35

VIGA V5B  
INI 12 -.79 -121.54 102.72  
FIN 13 .79 152.79 113.28

VIGA V5C  
INI 13 -.39 -149.70 112.71  
FIN 14 .39 -35.45 51.99

VIGA V5D  
INI 14 1.79 34.98 -167.48  
FIN 15 -1.99 151.56 134.98

VIGA V6B  
INI 1 -.28 -152.64 116.72  
FIN 5 .28 131.16 105.28

VIGA U6A  
INI 5 .34 -109.14 90.85  
FIN 11 -.34 44.42 28.95

VIGA U7A  
INI 7 .32 -274.15 165.48  
FIN 12 -.32 117.55 147.92

VIGA U7B  
INI 2 .52 -149.41 145.41  
FIN 7 -.52 139.26 141.36

VIGA U8A  
INI 9 -1.49 -181.69 124.72  
FIN 14 1.49 -21.39 55.48

VIGA U8B  
INI 4 -.18 -156.64 125.92  
FIN 9 .18 56.89 108.67

VIGA U9A  
INI 10 -.65 -136.61 81.16  
FIN 15 .65 -21.35 28.50

## VIGA V9B

INI	5	.18	-100.53	74.35				
FIN	16	-.18	-18.44	31.75				

PILARE:		8*	H1	FZ	F1	F1	HZ	B
---------	--	----	----	----	----	----	----	---

## PILAR P1

SUP	1	50.8	47.6	-1133.9	-22.7	37.5	1.0	
INF	1	76.9	31.7	1138.9	22.7	-37.5	-1.0	

## PILAR P2

SUP	2	-35.0	-57.6	-1897.2	27.8	1.4	1.0	
INF	2	46.1	-46.9	1732.2	-27.8	-1.4	-1.0	

## PILAR P3

SUP	3	45.5	11.3	-1061.5	-.1	36.0	1.0	
INF	3	90.7	-11.1	1066.5	.1	-36.0	-1.0	

## PILAR P4

SUP	4	-39.8	-56.9	-1592.7	31.9	-.5	1.0	
INF	4	38.1	-52.9	1627.7	-31.9	.5	-1.0	

## PILAR P5

SUP	5	-36.0	-36.0	-768.5	24.0	3.7	1.0	
INF	5	43.6	-47.2	663.5	-24.0	-3.7	-1.0	

## PILAR P6

SUP	6	-936.8	115.6	-2147.1	-50.8	1.7	77.2	-163.5
INF	6	949.3	62.3	2234.6	50.8	-1.7	-77.2	-104.4

## PILAR P7

SUP	7	-422.0	13.1	-3979.2	-9.1	219.5	-89.4	220.0
INF	7	1196.2	18.6	4056.2	9.1	-219.5	89.4	95.3

## PILAR P8

SUP	8	-617.7	-24.3	-2261.0	13.7	305.1	-81.2	200.7
INF	8	1790.5	-23.5	2338.0	-13.7	-305.1	81.2	85.9

## PILAR P9

SUP	9	-15.1	-40.3	-1785.0	17.7	35.8	1.0	
INF	9	144.4	-21.6	1820.0	-17.7	-35.8	-1.0	

## PILAR P10

SUP	10	26.6	-.1	-710.3	-2.7	59.7	1.0	
INF	10	182.3	9.5	745.3	2.7	-59.7	-1.0	

## PILAR F11

SUP	11	-17.2	33.0	-760.8	-7.7	-5.9	.2	
INF	11	-3.3	-5.9	752.3	7.7	5.9	-.2	

## PILAR F12

SUP	12	48.4	63.6	-1718.6	-23.6	16.1	1.0	
INF	12	-13.0	19.0	1753.6	23.6	-16.1	-1.0	

## PILAR P13

SUP	13	.7	-3.7	-1273.2	7.2	-10.3	1.0
INF	13	-36.9	-21.4	1308.2	-7.2	10.3	-1.0

## PILAR P15

SUP	15	100.3	5.4	-454.1	-9.8	53.6	1.0
INF	15	87.3	29.1	489.1	9.8	-53.6	-1.0

## REAÇÕES DE APOIO

\*\*\*\*\*

NO	NCL	Hx	Hr	Fz	Fx	Fy	HZ	B
1	3	70.96	31.47	1118.62	22.66	-37.64	-1.04	
2	3	47.93	10.55	1732.23	-4.53	-27.47	-1.04	
3	3	28.87	71.44	1093.49	35.22	-7.35	-1.04	
4	3	59.91	25.87	1627.75	-7.32	-31.09	-1.04	
5	3	53.27	31.88	803.52	-1.51	-24.22	-1.04	
6	4	944.63	-1331.55	2034.64	50.84	-1.66	-77.16	-164.39
7	4	1190.25	18.59	4054.16	1.06	-219.49	81.37	95.25
8	4	1790.53	-23.50	2330.04	-13.67	-335.10	81.19	85.92
9	3	144.38	-21.80	1826.65	-17.74	-35.79	-1.04	
10	3	171.93	-31.34	745.60	-20.48	-56.15	-1.04	
11	3	351.50	-211.53	712.29	1.28	9.67	-.21	
12	3	-19.03	-13.21	1753.64	10.11	23.60	-1.04	
13	3	21.42	-33.85	1308.20	-10.32	-7.19	-1.04	
15	3	29.85	-37.35	987.06	-53.60	-9.84	-1.04	

APÊNDICE FREFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. VLASOV, V.Z. - "Thin-walled Elastic Beams". Israel Program for Scientific Translation Ltd., Jerusalém, Israel, 1963.
2. ODEN, J.T. - "Mechanics of Elastic Structures". McGraw-Hill Book Co. Inc., New York, NY, 1967.
3. ZBIROHOWSKI-KOSCIA, K. - "Thin-walled Beams, from Theory to Practice". Crosby Lockwood & Son Ltd., London, England, 1967.
4. KOLLBRUNNER, C.F. e BASLER, K. - "Torsion in Structures". Springer-Verlag, New York, NY, 1969.
5. GERE, J.M. e WEAVER, W. Jr. - "Análise de Estruturas Reti-  
culadas". Editora Guanabara Dois S.A., Rio de Janeiro, RJ, 1981.
6. FONTE, A.O.C. - "Análise Tridimensional de Estruturas de  
Edifícios". Tese M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 1972.
7. FIGUEROA; J.P. - "Análise de Grelhas com Elementos de Eixo  
Curvo e Seção Variável. Aplicação ao Cálculo de Linhas  
de Influência em Vigas Curvas". Tese M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 1972.

8. SORIANO; H.L. - "Cálculo Automático do Efeito do Vento em Estruturas de Edifícios". Tese M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 1971.
9. CÂMARA, Jr, V.F. da - "Análise dos Esforços em Edifícios Altos". Tese M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 1978.
10. MENEZES, N.C. - "Dimensionamento Automático de Estruturas de Edifícios de Concreto Armado". Tese M.Sc., COPPE / UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 1977.
11. SILVA, J.L. - "Análise Aproximada de Edifícios Altos em Microcomputadores". Tese M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 1986.
12. SORIANO, H.L. - "Sistemas de Equações Algébricas Lineares em Problemas Estruturais". Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, 1981.
13. SORIANO, H.L. - "Análise de Esforços em Estruturas de Edifícios Altos". Clube de Engenharia, Rio de Janeiro, RJ , 1983.
14. SORIANO, H.L. - "Análise de Estruturas Reticuladas em Computadores de Pequeno Porte". Escola de Engenharia, UFRJ, 1983.
15. TARANATH, B.S. - "Analysis of Interconnected Open Section Shear Wall Structures". Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 101, No. ST11, Novembro 1975.

16. HEIDEBRECH, A.C. e SWIFT, R.D. - "Analysis of Asymmetrical Coupled Shear Walls". Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 97, No. ST5, Maio 1971.
17. COULL, A. e CHEE, W.Y. - "Stiffening of Structural Cores by Floor Slabs". Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 112, No. 5, Maio 1986.
18. RUTENBERG, A.V. e TSO, W.K. - "Torsional Analysis of Perforated Core Structures". Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 101, No. ST3, Março 1975.
19. STAFFORD SMITH, B. e TARANATH, B.S. - "The Analysis of Tall Core Supported Structures Subjected to Torsion". Proc. Inst. Civ. Engrs., Setembro 1972.
20. DANAY, A.; GELLERT, M. e GLÜCK, J. - "The Axial Strain Effects on Load Distribution in Nonsymmetric Tier Buildings". Building Science, Vol. 9, 1974.
21. DUNCAN, M. - "Torsional Coupling of Core Walls in Tall Buildings". The Structural Engineer, Vol. 47, No. 2, Fevereiro 1969.
22. GLÜCK, J. e GELLERT, M. - "Three-Dimensional Lateral Load Analysis of Multistory Structures". International Association of Bridge and Structure Engineering, Vol.32-I, 1972.

23. GLÜCK, J. e KALEV, I. - "Computer Method for Analysis of Multistory Structures". Computers & Structures , Vol. 2, 1972.
24. ACI COMITEE 442 - "Response of Buildings to Lateral Forces". ACI Journal , Vol. 68, No. 2, Fevereiro 1971.